



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Главный редактор
А.М. Кутепов

<http://www.maik.rssi.ru>

канала представляет большие трудности и может быть получено только численными методами. В работе [4] сформулирована задача конвективного теплообмена невытоновой жидкости в кольцевом коническом канале. В [5] предложен численный метод решения таких задач, однако результаты решения не приведены.

Расплавы некоторых полимеров в интервале изменения параметров переработки ведут себя как невытоновые жидкости [6]. Как показано в [7], для практически используемых расходов таких жидкостей $Q = 3.0 \times 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$, реологических свойств $\mu = 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$, $\lambda = 0.2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $\Delta T_{\text{зад}} = 1000 \text{ К}$, $\Delta T_{\text{ст}} = 100 \text{ К}$ и геометрических размеров $R = 0.01 \text{ м}$, $L = 0.1 \text{ м}$ (рис. 1) число Пекле $Pe = 10^4$ (рис. 1) меньше единицы. Это означает, что можно также пренебречь изменением вдоль течения кондуктивного теплового потока по сравнению с конвективным [8].



“НАУКА”

МАИК “НАУКА/ИНТЕРПЕРИОДИКА”

Рис. 1. Геометрия конического канала полойной иглы. R_1, R_2, L_1, L_2 — орты бисферической системы координат.

УДК 536.24:532.135

ТЕПЛООБМЕН ПРИ МЕДЛЕННОМ ДИФFUЗОРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В КОАКСИАЛЬНЫХ КОНИЧЕСКИХ КАНАЛАХ

© 2000 г. Л. М. Ульев

Харьковский государственный политехнический университет, Украина

Поступила в редакцию 11.02.98 г.

Рассмотрена задача конвективного теплообмена при медленных диффузорных течениях в коаксиальных кольцевых каналах. Решение для тепловых граничных условий третьего рода получено методом разделения переменных. Температурная зависимость от координат выражена в виде бесконечного ряда по функциям Уиттекера от поперечной координаты, умноженным на экспоненциальную зависимость от продольной координаты. С помощью метода ступенчатой аппроксимации исследован теплообмен в кольцевом коническом канале переменной ширины. Показана возможность выбора оптимальных конструктивных параметров распределительных устройств экструзионных головок.

При производстве и переработке полимеров экструзионным способом существенную роль играют процессы теплообмена, которые в ряде случаев становятся лимитирующими [1]. В связи с этим для выбора оптимальных технологических и конструктивных параметров оборудования и процесса экструзии необходимо исследовать конвективный теплообмен в проточных элементах формирующего оборудования. В большинстве конструкций формирующего оборудования экструдеров существует участок, где течение происходит между коаксиальными коническими поверхностями [2, 3]. Совместное решение уравнений гидродинамики и теплообмена полимеров в таких каналах представляет большие трудности и может быть получено только численными методами. В работе [4] сформулирована задача конвективного теплообмена неньютоновской жидкости в кольцевом коническом канале. В [5] предложен численный метод решения таких задач, однако результаты решения не приведены.

Расплавы некоторых полимеров в интервале изменения параметров переработки ведут себя как ньютоновские жидкости [6]. Как показано в [7], для практически используемых расходов таких жидкостей $Q \approx 5.0 \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$, реофизических свойств $\mu \approx 10^3 \text{ Па с}$, $\rho \approx 2500 \text{ кг/м}^3$, $\lambda \approx 0.2 \text{ Вт/(м К)}$, $\Delta T_{\text{theol}} \approx 6 \text{ К}$, $c \approx 2000 \text{ Дж/(кг К)}$ и геометрических размеров канала $L \leq 0.5 \text{ м}$, $h \approx 10^{-2} - 10^{-1} \text{ м}$ (рис. 1) число Нема–Гриффита $Gn \ll 1$, число Рейнольдса $Re \ll 1$. Следовательно можно течение рассматривать как ламинарное и пренебречь диссипативными эффектами. Поскольку число Пекле $Pe \geq 100$, можно также пренебречь изменением вдоль течения кондуктивного теплового потока по сравнению с конвективным [8].

Приведенные оценки позволяют упростить систему уравнений конвективного теплообмена и для некоторых важных случаев течения получить аналитическое решение. Исследование такого решения позволяет не только отказаться от дорогостоящих натуральных экспериментов, но и от разработки не менее дорогих численных моделей.

Рассмотрим конвективный теплообмен в кольцевом конусном канале постоянной ширины [7]. Такое течение удобно изучать в биконических координатах, вершина которых совпадает с вершиной внешней конической поверхности (рис. 1), определяемых преобразованием [9]

$$z' = R \cos \alpha + X \sin \alpha, \quad (1)$$

$$y' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \sin \varphi, \quad (2)$$

$$x' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \cos \varphi. \quad (3)$$

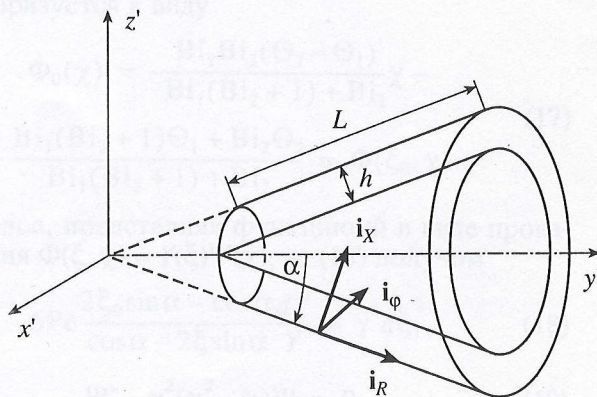


Рис. 1. Геометрия конического зазора постоянной ширины (i_R , i_X , i_φ – орты биконической системы координат).

Для сделанных выше оценок в [7] получена система гидродинамических уравнений, которую, используя безразмерные переменные

$$\xi = R/h, \quad \xi_0 = R_0/h, \quad \chi = X/h, \quad V_0 = Q/S_0, \\ v = V_R/V_0, \quad \Pi = (P - P_0)h/(\mu V_0), \\ \sigma = \xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha,$$

где

$$S_0 = \pi(2R_0 \sin \alpha - h \cos \alpha)$$

– площадь поперечного сечения канала на входе, можно записать в виде

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial v}{\partial \chi} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \chi} = \frac{\cos(\alpha) \sin(\alpha)}{\sigma^2} v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\sigma v) = 0 \quad (6)$$

с граничными условиями прилипания и $\Pi = 0$ на входе в канал.

Используя вычисленные в [7] коэффициенты Ламе, запишем уравнение теплообмена для диффузорного течения

$$Pe v \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right), \quad (7)$$

где

$$Pe = \frac{V_0 h}{a}, \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_0}.$$

Оценка числа Бруна дает

$$Br = \frac{\lambda}{\lambda_c} \frac{h_c}{(R - R_0)} Pr^{0.33} Re^{0.5} \leq 0.01$$

для большей части канала, т.е. с удовлетворительной степенью приближения на границах канала можно использовать граничные условия третьего рода [10]:

при $\chi = 0$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} = Bi_1 (\Theta - \Theta_1); \quad (8)$$

при $\chi = 1$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} = -Bi_2 (\Theta - \Theta_2) \quad (9)$$

и условие на входе в канал

при $\xi = \xi_0$

$$\Theta = 0. \quad (10)$$

Здесь $Bi = Kh/\lambda$ – число Био, K – местный коэффициент теплопередачи [8].

Для приведения уравнения теплообмена к безразмерному виду выбрана разность температур $\Delta T = T_0 - 0 = T_0$. Это сделано, чтобы не было ограничений на выбор температуры окружающей среды на несвязанных границах.

Для практически важных случаев, когда $\xi \tan \alpha \gg \chi$, в [7] получено решение задачи (4)–(6)

$$v = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi), \quad (11)$$

$$\Pi = \frac{6(\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)}{\sin \alpha} \ln \frac{1 - 2\xi \tan \alpha}{1 - 2\xi_0 \tan \alpha}. \quad (12)$$

Уравнение (7) в данном приближении примет вид

$$\frac{6Pe(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi) \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \chi^2}. \quad (13)$$

Выражение (13) вместе с (8), (9) описывает распределение температуры в канале.

Для решения задачи (13), (8)–(10) методом разделения переменных заменим зависимую переменную Θ на Φ , определяемую преобразованием

$$\Theta(\xi, \chi) = \Phi(\xi, \chi) + \frac{Bi_1 Bi_2 (\Theta_2 - \Theta_1)}{Bi_1 (Bi_2 + 1) + Bi_2} \chi + \frac{Bi_1 (Bi_2 + 1) \Theta_1 + Bi_2 \Theta_2}{Bi_1 (Bi_2 + 1) + Bi_2}. \quad (14)$$

Функция Φ удовлетворяет уравнению (13) и преобразует неоднородные граничные условия (8), (9) в однородные

при $\chi = 0$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \chi} = Bi_1 \Phi; \quad (15)$$

при $\chi = 1$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \chi} = -Bi_2 \Phi. \quad (16)$$

Условие (10) на входе в канал ($\xi = \xi_0, 0 \leq \chi \leq 1$) преобразуется к виду

$$\Phi_0(\chi) = \frac{Bi_1 Bi_2 (\Theta_2 - \Theta_1)}{Bi_1 (Bi_2 + 1) + Bi_2} \chi - \frac{Bi_1 (Bi_2 + 1) \Theta_1 + Bi_2 \Theta_2}{Bi_1 (Bi_2 + 1) + Bi_2} = \Phi(\xi_0, \chi). \quad (17)$$

Далее, представляя функцию Φ в виде произведения $\Phi(\xi, \chi) = Y(\xi)\Psi(\chi)$, из (13) получим

$$6Pe \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} \frac{dY}{Y} = \gamma^2 d\xi, \quad (18)$$

$$\Psi'' - \gamma^2 (\chi^2 - \chi) \Psi = 0, \quad (19)$$

где γ^2 – постоянная разделения – положительная величина вследствие того, что по условию задачи

температура в канале должна иметь конечное значение при любых ξ .

Решением (18) является

$$Y = A \exp \left[\frac{\gamma^2 (\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha)^2}{24 \text{Pe} \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right], \quad (20)$$

где A – произвольная постоянная.

Проводя замену переменных $t = 2\chi - 1$, $\gamma = 4\mu$, перепишем уравнение (19) и граничные условия, которым должно удовлетворять решение (19), следующим образом:

$$\Psi'' + \mu^2(1-t^2)\Psi = 0, \quad (21)$$

при $t = -1$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{2} \text{Bi}_1 \Psi; \quad (22)$$

при $t = 1$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2} \text{Bi}_2 \Psi. \quad (23)$$

Уравнение (21), проводя замену переменных $y = \mu t^2$, $\Psi = \varphi \mu^{-1/4} t^{-1/2}$, приведем к виду

$$\varphi'' + \left(-\frac{1}{4} + \frac{\mu}{4y} + \frac{3}{16y^2} \right) \varphi = 0. \quad (24)$$

Уравнение (24) является частным случаем уравнения Уиттекера [11]

$$\varphi'' + \left(-\frac{1}{4} + \frac{k}{y} + \frac{\frac{1}{4} - m^2}{y^2} \right) \varphi = 0 \quad (25)$$

с параметрами $k = \mu/4$ и $m = 1/4$.

Решением (25) являются линейно-независимые функции Уиттекера $M_{k,m}(y)$ и $M_{k,-m}(y)$ [11]. Тогда общее решение уравнения (24) следующее:

$$\varphi = C_1 e^{-y/2} y^{3/4} {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; y \right) + C_2 e^{-y/2} y^{1/4} {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; y \right), \quad (26)$$

где ${}_1F_1(\alpha, \varepsilon; x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция; C_1, C_2 – произвольные постоянные. Таким образом, решение уравнения (21) примет вид

$$\Psi(t) = C_1 \sqrt{\mu} e^{-\mu t^2/2} {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu t^2 \right) + C_2 e^{-\mu t^2/2} {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu t^2 \right). \quad (27)$$

Подставляя (26) в граничные условия (22), (23), получим выражение для определения собственных значений краевой задачи (21)–(23)

$$\sqrt{\mu} (D_1 D_2 + D_3 D_4) = 0, \quad (28)$$

где

$$D_1 = \left(\frac{\text{Bi}_2}{2} + 1 - \mu \right) {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu \right) + \frac{1}{3} \mu (3-\mu) {}_1F_1 \left(\frac{7-\mu}{4}, \frac{5}{2}; \mu \right),$$

$$D_2 = \left(\frac{\text{Bi}_1}{2} - \mu \right) {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu \right) + \mu (1-\mu) {}_1F_1 \left(\frac{5-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu \right),$$

$$D_3 = \left(\frac{\text{Bi}_1}{2} + 1 - \mu \right) {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu \right) + \frac{1}{3} \mu (3-\mu) {}_1F_1 \left(\frac{7-\mu}{4}, \frac{5}{2}; \mu \right),$$

$$D_4 = \left(\frac{\text{Bi}_2}{2} - \mu \right) {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu \right) + \mu (1-\mu) {}_1F_1 \left(\frac{5-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu \right).$$

Определяя собственные значения μ_n как корни уравнения (28), получим систему собственных функций задачи

$$\Psi_n = \sqrt{\mu_n} t e^{-\mu_n t^2/2} {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu_n}{4}, \frac{3}{2}; \mu_n t^2 \right) + B_n e^{-\mu_n t^2/2} {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu_n}{4}, \frac{1}{2}; \mu_n t^2 \right), \quad (29)$$

где

$$B_n = \frac{\sqrt{\mu_n} D_3(\mu_n)}{D_2(\mu_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \infty.$$

Используя (21) и условия (22), (23), можно показать, что система собственных функций Ψ_n ортогональна с весом $(1-t^2)$ на отрезке $[-1, 1]$.

Решение задачи (13), (15), (16) будет являться суммой всех частных решений и, учитывая, что $t = 2\chi - 1$, запишем его в виде

$$\Phi(\xi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp \left[\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha)^2}{3 \text{Pe} \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] \Psi_n. \quad (30)$$

Значения коэффициентов A_n определим, используя свойство ортогональности собственных функций и условие (17). Полагая $\xi = \xi_0$, получим

$$\Phi_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp \left[-\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)^2}{3\text{Pe} \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] \Psi_n. \quad (31)$$

Умножим обе части (31) на $(1 - t^2)\Psi_n$ и проинтегрируем в пределах от -1 до 1

$$A_n = \exp \left[\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)^2}{3\text{Pe} \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] \times \int_{-1}^1 \Phi_0(t) (1 - t^2) \Psi_n(t) dt \times \frac{1}{\|\Psi_n\|^2} = \quad (32)$$

$$= \exp \left[\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)^2}{3\text{Pe} \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] A'_n,$$

где $\|\Psi_n\|^2 = \int_{-1}^1 (1 - t^2) \Psi_n^2 dt$ - квадрат нормы собственных функций.

Переходя к переменным (ξ, χ) , запишем решение задачи (13), (8), (9)

$$\Theta(\xi, \chi) = \Phi(\xi_0, \chi) + \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A'_n \exp \left\{ \frac{8\mu_n^2 (\xi - \xi_0) [\cos \alpha - (\xi + \xi_0) \sin \alpha]}{3\text{Pe} (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} - \frac{\mu_n (2\chi - 1)^2}{2} \right\} \times \right. \quad (33)$$

$$\times \left\{ \sqrt{\mu_n (2\chi - 1)} {}_1F_1 \left[\frac{3 - \mu_n}{4}, \frac{3}{2}; \mu_n (2\chi - 1)^2 \right] + \right.$$

$$\left. \left. + B_{n1} {}_1F_1 \left[\frac{1 - \mu_n}{4}, \frac{1}{2}; \mu_n (2\chi - 1)^2 \right] \right\} \right\}.$$

Полученное решение позволяет исследовать теплообмен расплава в канале в зависимости от параметров задачи. Рассмотрим симметричное охлаждение при условиях $\text{Pe} \approx 1300$, $\text{Bi}_1 = \text{Bi}_2 = 20$, $\Theta(\xi_0, \chi) = 0$, $\Theta_1 = \Theta_2 = -0.5$, $\xi_0 = 12.9$, $\xi_1 = 32.9$ и $\alpha = 15^\circ$. Вблизи входа в канал жидкость интенсивно охлаждается на периферии течения. В центральной части течения вследствие низкой теплопроводности температура практически не изме-

няется (рис. 2). При дальнейшем течении средняя скорость жидкости

$$\bar{v} = (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha) / (2\xi \sin \alpha - \cos \alpha)$$

уменьшается, что приводит к охлаждению большего объема жидкости вдали от стенки. Тепловые потоки $q_1 = -\text{Bi}_1(\Theta - \Theta_1)$ и $q_2 = \text{Bi}_2(\Theta - \Theta_2)$ на границах быстро уменьшаются по абсолютному значению вследствие снижения температуры жидкости у стенок, оставаясь при этом симметричными (рис. 2).

При симметричном нагревании наблюдается такая же картина, с той разницей, что жидкость не охлаждается, а нагревается. Среднемассовая температура жидкости

$$\bar{\Theta} = \frac{12}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} \int_0^1 (\chi^2 - \chi) \Theta(\chi, \xi) \times \quad (34)$$

$$\times (\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) d\chi$$

в обоих случаях изменяется почти линейно (приблизительно на 10%). В случае несимметричного теплообмена (рис. 2в) тепловые потоки на стенках практически равны (рис. 3), средняя температура не изменяется.

При увеличении угла конусности поверхностей, образующих канал, средняя скорость для равных ξ при том же расходе уменьшается за счет увеличения поперечного сечения канала. Число Pe также уменьшается, т.е. снижается интенсивность теплообмена. Уменьшение скорости приводит к увеличению времени пребывания жидкости в канале, а увеличение угла раскрытия α - к увеличению поверхности теплообмена, что способствует большему прогреванию жидкости (рис. 2). Средняя температура жидкости увеличивается в этом случае на $\sim 20\%$, хотя на большей части канала тепловые потоки несколько меньше, чем при $\alpha = 15^\circ$.

Предложенное решение позволяет выбрать оптимальную конструкцию конического распределительного участка устройства подводного гранулирования, которая, например, должна обеспечить наименьшее изменение температуры в канале.

Рассмотрим два случая теплообмена.

Первый случай. Теплоизоляция канала от воды, омывающей ножи гранулятора, отсутствует, и на внешней границе происходит естественный теплообмен. Для внешней границы $\text{Bi}_1 = 20$, для внутренней границы $\text{Bi}_2 = 40$, температура расплава на входе $T_0 = 463$ К, температура воздуха $T_1 = 293$ К, температура воды $T_2 = 280$ К, расход расплава $Q \approx 5.6 \times 10^{-5}$ м³/с, $\alpha = 15^\circ$, $h = 0.03$ м, $\xi_0 = 12.9$, $\xi_1 = 32.9$.

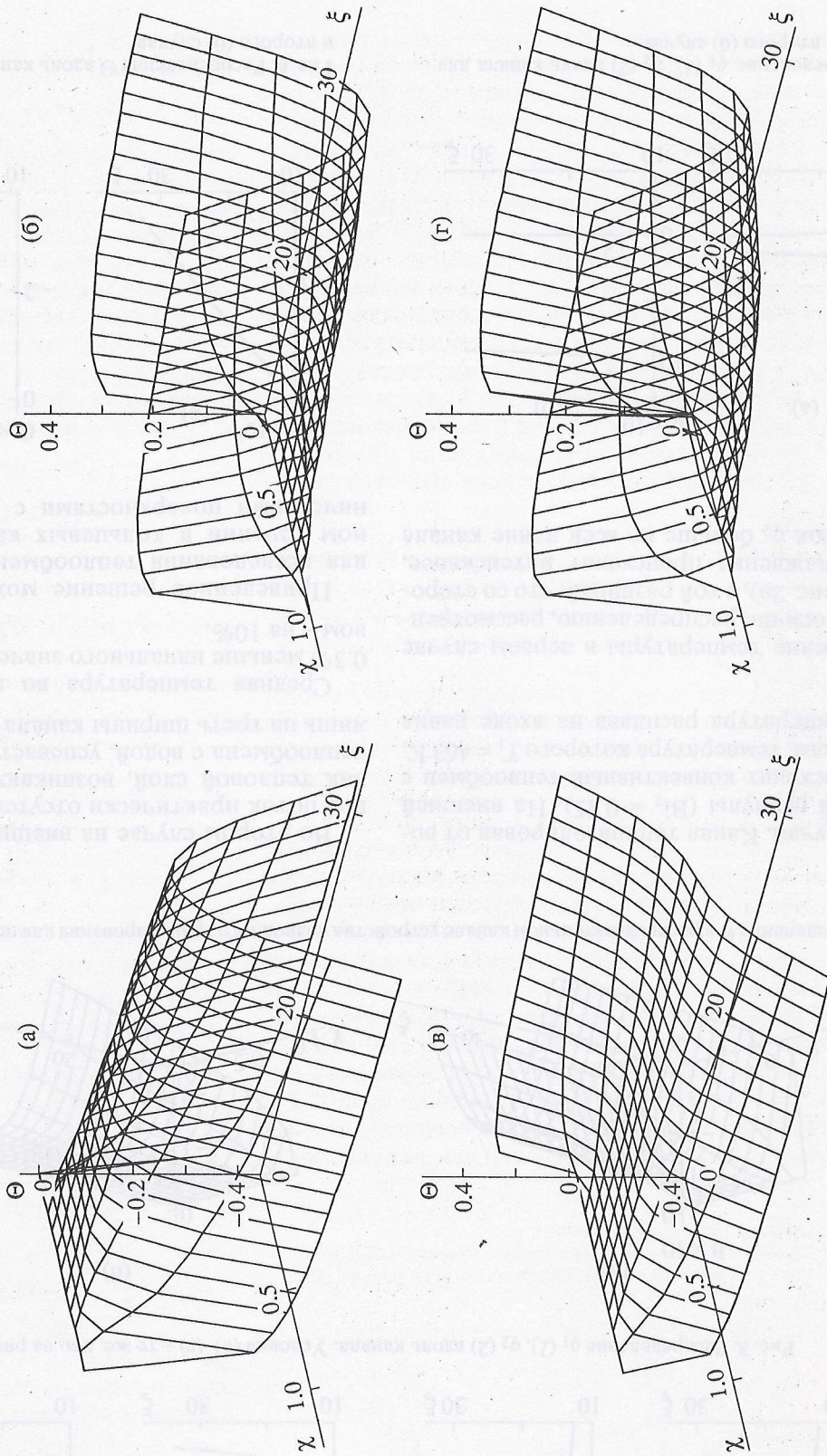


Рис. 2. Распределение Θ в канале при $Re \approx 1300$, $Bi_1 = Bi_2 = 20$, $\Theta(\xi_0, \chi) = 0$, $\xi_0 = 12.9$, $\xi_1 = 32.9$; (а) — $\Theta_1 = \Theta_2 = -0.5$ (для температуры окружающей среды), $\alpha = 15^\circ$; (б) — $\Theta_1 = \Theta_2 = 0.5$, $\alpha = 15^\circ$; (в) — $\Theta_1 = 0.5$, $\Theta_2 = -0.5$, $\alpha = 15^\circ$; (г) — $\Theta_1 = \Theta_2 = 0.5$, $\alpha = 40^\circ$, $Re \approx 470$.

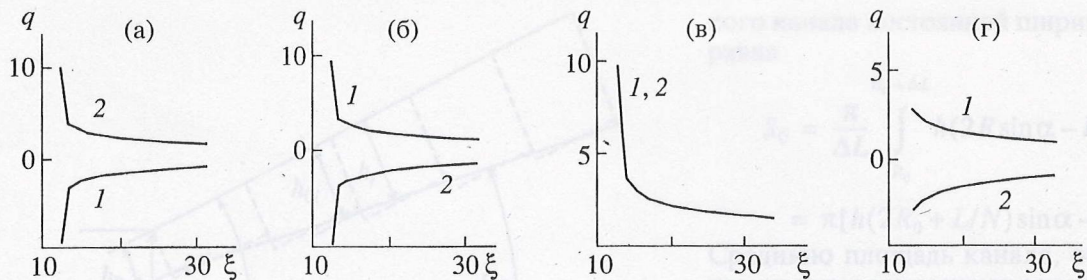


Рис. 3. Распределение q_1 (1), q_2 (2) вдоль канала. Условия (а)–(г) – те же, что на рис. 2.

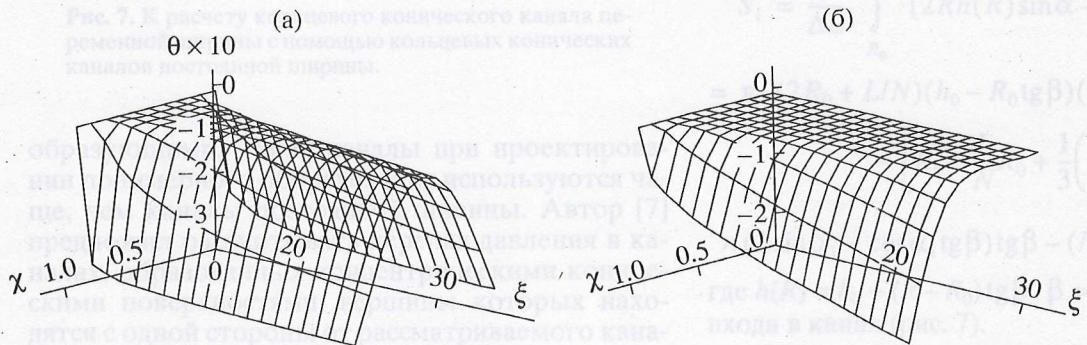


Рис. 4. Распределение Θ в распределительном канале устройства подводного гранулирования для первого (а) и второго (б) случая.

Второй случай. Канал теплоизолирован от воды, уносящей гранулы ($Bi_2 = 0.25$). На внешней границе происходит конвективный теплообмен с теплоносителем, температура которого $T_1 = 463$ К, $Bi_1 = 40$. Температура расплава на входе равна $T_0 = 463$ К.

Распределение температуры в первом случае (рис. 4а) аналогично распределению, рассмотренному ранее (рис. 2а), с той разницей, что со стороны воды охлаждение происходит интенсивнее, тепловой поток q_2 больше по всей длине канала (рис. 5а).

Во втором случае на внешней границе тепловой поток практически отсутствует (рис. 5б), так как тепловой слой, возникающий в результате теплообмена с водой, успевает распространиться лишь на треть ширины канала (рис. 4б).

Средняя температура во втором случае на 0.3% меньше начального значения (рис. 6), в первом – на 10%.

Приведенное решение можно использовать для исследования теплообмена при диффузорном течении в кольцевых каналах между коническими поверхностями с непараллельными

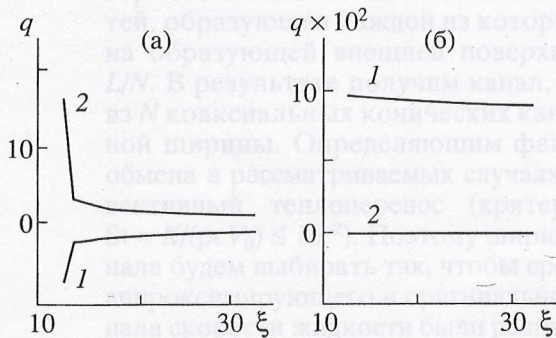


Рис. 5. Распределение q_1 (1), q_2 (2) вдоль канала для первого (а) и второго (б) случая.

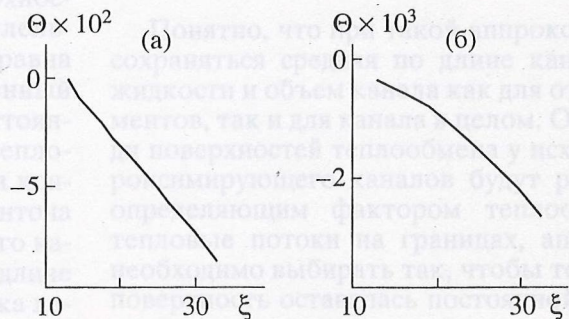


Рис. 6. Распределение Θ вдоль канала для первого (а) и второго (б) случая.

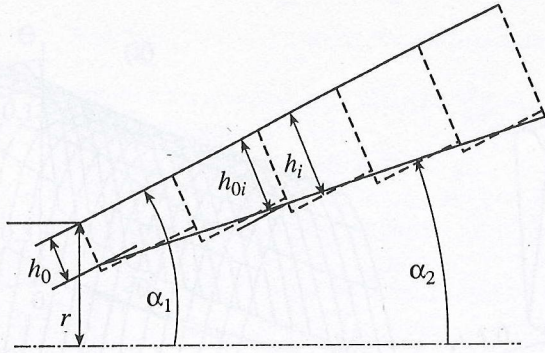


Рис. 7. К расчету кольцевого конического канала переменной ширины с помощью кольцевых конических каналов постоянной ширины.

образующими. Такие каналы при проектировании полимерного оборудования используются чаще, чем каналы постоянной ширины. Автор [7] предложил рассчитывать перепад давления в каналах, образованных концентрическими коническими поверхностями, вершины которых находятся с одной стороны от рассматриваемого канала, с помощью ступенчатой аппроксимации таких каналов кольцевыми коническими каналами постоянной ширины. Предложенная аппроксимация не сложнее существующих приближенных методов расчета и не заменяет сходящееся или расходящееся течение прямолинейным.

Воспользуемся этим методом для исследования теплообмена в канале, образованном круглыми коническими поверхностями с углами раскрытия $2\alpha_1 = 42^\circ$, $2\alpha_2 = 30^\circ$ и геометрическими размерами $h_0 = 0.03$ м, $R_0 = 0.279$ м, $L = 0.6$ м. Параметр r (рис. 7), расход жидкости и температуры ($T_0 = 463$ К, $T_1 = 293$ К, $T_2 = 280$ К) постоянны. Коэффициенты теплопередачи равны $K_1 = 133.3$ Вт/(м² К), $K_2 = 266.6$ Вт/(м² К) ($Bi_1 = 20$, $Bi_2 = 40$ вычислены для h_0).

Представим, что внутренняя коническая поверхность состоит из N конических поверхностей, образующая каждой из которых параллельна образующей внешней поверхности и равна L/N . В результате получим канал, составленный из N коаксиальных конических каналов постоянной ширины. Определяющим фактором теплообмена в рассматриваемых случаях является конвективный теплоперенос (критерий Стентона $St = K/(\rho c V_0) \leq 10^{-2}$). Поэтому ширину каждого канала будем выбирать так, чтобы средние по длине аппроксимирующего и оригинального участка канала скорости жидкости были равны. Это достигается из условия равенства средних по длине канала площадей поперечного сечения аппроксимирующего и оригинального участка. Средняя площадь поперечного сечения для коаксиального коничес-

кого канала постоянной ширины и длины $\Delta L = L/N$ равна

$$S_0 = \frac{\pi}{\Delta L} \int_{R_0}^{R_0 + \Delta L} h(2R \sin \alpha - h \cos \alpha) dR = \quad (35)$$

$$= \pi [h(2R_0 + L/N) \sin \alpha - h^2 \cos \alpha].$$

Среднюю площадь канала, образованного коническими поверхностями с углами раскрытия $2\alpha_1$ и $2\alpha_2$, находим согласно

$$S_1 = \frac{\pi}{\Delta L} \int_{R_0}^{R_0 + \Delta L} [2Rh(R) \sin \alpha - h^2(R) \cos \alpha] dR = \quad (36)$$

$$= \pi \{ (2R_0 + L/N)(h_0 - R_0 \operatorname{tg} \beta) (\sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \beta) +$$

$$+ \left[R_0^2 + \frac{L}{N} R_0 + \frac{1}{3} \left(\frac{L}{N} \right)^2 \right] \times$$

$$\times (2 \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \beta) \operatorname{tg} \beta - (h_0 - R_0 \operatorname{tg} \beta)^2 \cos \alpha_1 \},$$

где $h(R) = h_0 + (R - R_0) \operatorname{tg} \beta$, $\beta = \alpha_1 - \alpha_2$, h_0 — ширина входа в канал (рис. 7).

Ширину i -го аппроксимирующего канала находим из (35) и (36)

$$h_i = \frac{(2R_i + L/N) \operatorname{tg} \alpha_1}{2} - \left\{ \frac{(2R_i + L/N)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_1}{4} - \right.$$

$$- (2R_i + L/N)(h_{0i} - R_i \operatorname{tg} \beta) (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \beta) -$$

$$\left. - \left[R_i^2 + R_i \frac{L}{N} + \frac{1}{3} \left(\frac{L}{N} \right)^2 \right] \times \right. \quad (37)$$

$$\left. \times (2 \operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \beta) \operatorname{tg} \beta + (h_{0i} - R_i \operatorname{tg} \beta)^2 \right\}^{1/2},$$

где

$$R_i = R_0 + (L/N)(i - 1),$$

$$h_{0i} = h_0 + (L/N)(i - 1) \operatorname{tg} \beta.$$

Понятно, что при такой аппроксимации будут сохраняться средняя по длине канала скорость жидкости и объем канала как для отдельных элементов, так и для канала в целом. Однако площади поверхностей теплообмена у исходного и аппроксимирующего каналов будут разные. Когда определяющим фактором теплообмена будут тепловые потоки на границах, аппроксимацию необходимо выбирать так, чтобы теплообменная поверхность оставалась постоянной. Тогда h_i определяем по соотношению

$$h_i = h_{0i} + (L/N)(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2). \quad (38)$$

Проверка показывает, что при $N \rightarrow \infty$ в (37) и (38), $h_i \rightarrow h_{0i}$.

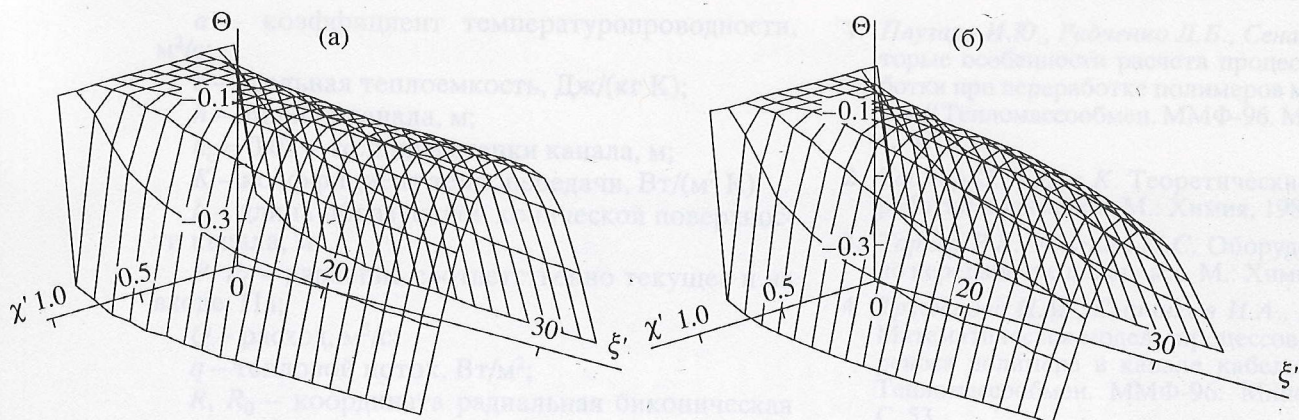


Рис. 8. Распределение Θ в канале переменной ширины: (а) — $\alpha_1 = 21^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$; (б) — $\alpha_1 = 21^\circ$, $\alpha_2 = 32^\circ$.

Для того чтобы использовать решение (33), приведение к безразмерному виду на каждом i -м участке канала необходимо проводить по своему значению h_i . При расчете распределения температуры в первом элементе канала начальное распределение температуры будем задавать однородным и равным нулю, т.е. считаем, что выполняется условие (10). В каждом последующем канале температуру на входе будем задавать функцией, аппроксимирующей распределение температуры на выходе из предыдущего канала.

В рассматриваемом случае так же, как при увеличении угла раскрытия конусов для канала постоянной ширины, скорость жидкости уменьшается вдоль канала быстрее, чем при $\alpha_1 = \alpha_2 = 15^\circ$, за счет увеличения площади поперечного сечения канала. Отношение площади сечения выхода к площади сечения входа для канала с $\alpha_1 = \alpha_2 = 15^\circ$ составляет ≈ 2.8 , для канала с $\alpha_1 = 21^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ \approx 9.8$. Это приводит к снижению интенсивности теплообмена. Вместе с тем в данном случае увеличивается ширина канала, и уменьшается площадь поверхности теплообмена. Поэтому, несмотря на увеличение времени пребывания жидкости в канале, центральная часть потока охлаждается медленнее (рис. 8), чем в варианте, показанном на рис. 4а. Между областями определения Θ на рис. 8 и рис. 4а существует изоморфное соответствие, задаваемое преобразованием координат

$$\xi' = \xi, \quad \chi' = \chi / [1 + (\xi - \xi_0) \operatorname{tg} \beta].$$

В итоге, изменения средней температуры меньше (рис. 9).

Если коэффициент теплопередачи K существенно изменяется вдоль течения, то учесть это можно, считая K постоянным на протяжении аппроксимирующего участка и равным среднему значению \bar{K} на данном участке.

Рассмотрим течение в канале, образованном коническими поверхностями с углами раскрытия

$2\alpha_1 = 42^\circ$, $2\alpha_2 = 46^\circ$. Коэффициенты теплопередачи на границе изменяются согласно

$$K_1 = 4/[h_0 - (R - R_0) \operatorname{tg} \beta], \quad K_2 = 2K_1.$$

В таком канале средняя скорость жидкости почти не изменяется при течении вдоль канала, так как отношение площади поперечного сечения входа в канал к площади выхода равно ≈ 1 . Следовательно, скорость жидкости в этом случае выше, чем в рассмотренных ранее. Кроме того, уменьшается ширина канала, и увеличиваются поверхность теплообмена и коэффициенты теплопередачи. Это приводит к большему охлаждению жидкости по всему поперечному сечению канала (рис. 8) и уменьшению средней температуры (рис. 9).

Полученное решение использовано для выбора оптимальных конструктивных и технологических параметров теплообмена на распределительном участке экструзионной головки аппарата подводного гранулирования для производства термопластичных полимеров.

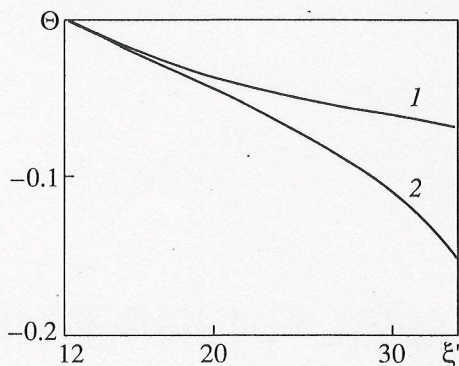


Рис. 9. Распределение Θ вдоль канала переменной ширины. Линия 1 — $\alpha_1 = 21^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$; 2 — $\alpha_1 = 21^\circ$, $\alpha_2 = 32^\circ$.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$;
 c – удельная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг К})$;
 h – ширина канала, м ;
 $h_c = 0.05$ – толщина стенки канала, м ;
 K – коэффициент теплопередачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \text{К})$;
 L – длина образующей конической поверхности канала, м ;
 P, P_0 – давление соответственно текущее и на входе, Па ;
 Q – расход, $\text{м}^3/\text{с}$;
 q – тепловой поток, $\text{Вт}/\text{м}^2$;
 R, R_0 – координата радиальная биконическая соответственно текущая и на входе, м ;
 S – площадь поперечного сечения канала, м^2 ;
 T, T_0 – температура соответственно текущая и на входе, К ;
 ΔT_{theol} – изменение температуры, при котором происходит существенное изменение вязкости, К ;
 V – скорость, $\text{м}/\text{с}$;
 X – поперечная биконическая координата, м ;
 x', y', z' – декартовы координаты, м ;
 α – половина угла раскрытия конуса, рад ;
 γ – постоянная;
 λ – коэффициент теплопроводности, $\text{Вт}/(\text{м К})$;
 λ_c – коэффициент теплопроводности стенки, $\text{Вт}/(\text{м К})$;
 μ – вязкость, Па с ;
 ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$;
 $Bi = Kh/\lambda$ – число Био;
 $Gn = \mu V_0^2 / (\lambda \Delta T_{\text{theol}})$ – число Нема–Гриффита;
 $Pe = V_0 h c \rho / \lambda$ – число Пекле;
 $Pr = \mu c / \lambda$ – число Прандтля;
 $Re = h V_0 \rho / \mu$ – число Рейнольдса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плуگارь И.Ю., Радченко Л.Б., Сенатос В.А. Некоторые особенности расчета процессов термообработки при переработке полимеров методом экструзии // Теплообмен. ММФ-96. Минск, 1996. Т. 6. С. 47.
2. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия, 1984. С. 632.
3. Торнер Р.В., Акутин М.С. Оборудование заводов по переработке пластмасс. М.: Химия, 1986. С. 400.
4. Труфанова Н.М., Сырчиков И.А., Щербинин А.Г. Математическая модель процессов теплопереноса полимера в канале кабельной головки // Теплообмен. ММФ-96. Минск, 1996. Т. 6. С. 53.
5. Румпель Х., Плихта К., Мейкель С., Кроль К.-И. К вопросу о течении неньютоновских текучих сред // Успехи механики. 1988. Т. 2. № 3. С. 3.
6. Пономаренко В.Г., Потемня Г.Ф., Ульев Л.М. и др. Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра // Инж.-физ. журн. 1990. Т. 59. № 1. С. 158.
7. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вест. Харьков. политехн. ун-та. 1997. Часть 2. Механика. Машиностроение. Вып. 7. С. 22.
8. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967. С. 412.
9. Гольдин А.М., Карамзин В.А. Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования. М.: Агропромиздат, 1985. С. 264.
10. Беляев Н.Н. Основы теплопередачи. Киев: Вища шк., 1989. С. 424.
11. Кузнецов Д.С. Специальные функции. М.: Высш. шк., 1965. С. 424.