ТЕПЛОМАССООБМЕН
ММФ-96

ТОМ VI

MIF-96
HEAT/MASS TRANSFER

Академия наук Беларуси
АНК "Институт тепло-
и массообмена им. А.В. Лыкова"

ТЕПЛОМАССООБМЕН-
ММФ-96

HEAT / MASS TRANSFER-
MIF-96

III Минский международный форум
(20-24 мая 1996 г.)

Том VI

ТЕПЛОМАССООБМЕН В РЕОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Минск 1996

УДК 536.24: 532.135

Л. М. Ульев

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЫСОКОВЯЗКИХ БИНГАМОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В КРУГЛЫХ КАНАЛАХ

Поведением бингамовских жидкостей описывается течение некоторых расплавов полимеров в процессе их переработки [1]. Число Рейнольдса для таких жидкостей $Re<10^{-2}$, а число Пекле $Pe\approx 10^{7}$, т.е. мы можем моделировать их течение уравнениями ползущего течения. Длина участка термической релаксации у таких жидкостей значительно превосходит длину участка механической релаксации [2], что позволяет сделать сравнительную оценку членов в уравнениях движения и теплообмена и записать их в виде

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = -\,\mathrm{I}\,\frac{t}{\xi} + \frac{\partial}{\partial \xi}\left[m\,\frac{\partial v}{\partial \xi}\right] + \frac{m}{\xi}\,\frac{\partial v}{\partial \xi}, \qquad \xi_0 < \xi \le 1, \tag{1}$$

$$\frac{1}{\xi}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\xi\omega\right] + \frac{\partial v}{\partial \chi} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{1}{\xi}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\xi\omega\Theta\right] + \frac{\partial}{\partial \chi}\left[v\Theta\right] = \frac{1}{Pe}\,\frac{1}{\xi}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\xi\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}\right] + \frac{Gu}{Pe}\left[m\left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)^2 - \mathrm{It}\left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)\right], \quad \xi_0 < \xi < 1, \tag{3}$$

где $$\xi_0 = -\,2\mathrm{It}\Big/\left(\frac{\partial \Pi}{\partial \chi}\right) \tag{4}$$

Граничные условия запишутся в виде

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} = 0, \qquad 0 \le \xi \le \xi_0, \tag{5}$$

$$v = 0,\ \ \omega = 0,\ \ \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = -\,Bi\,(\Theta-\Theta_a), \qquad \xi = 1, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0, \qquad \xi = 0, \tag{7}$$

$$\Theta = 0,\ \ \Pi = 0, \qquad 0 \le \xi \le 1. \tag{8}$$

Необходимо еще учесть условие постоянства расхода.
Здесь

$$\chi = \frac{z}{R_0},\quad \xi = \frac{r}{R_0},\quad \omega = \frac{V_r}{V},\quad v = \frac{V_z}{V},\quad \beta_1 = \frac{R\,T_0}{E},\quad \beta_2 = \frac{R\,T_0}{E_p},\quad \Theta = \frac{T-T_0}{\Delta T},\quad V = \frac{Q}{\pi R_0^2},$$

$$m = \exp\left\{-\frac{\Theta}{1+\beta_1\Theta}\right\},\quad t = \exp\left\{-\frac{\beta_1}{\beta_2}\frac{\Theta}{1+\beta_1\Theta}\right\},\quad \Pi = \frac{(P-P_0)r_0}{\mu_p(T_0)V},\quad Pe = \frac{V_0 r_0}{a},$$

$$Gn = \frac{\mu(T_0)V^2}{\lambda\Delta T},\quad I = \frac{\tau_0(T_0)R_0}{\mu(T)V},\quad Bi = \frac{KR_0}{\lambda},\quad \Delta T = \left|\mu\,\{T\}\Big/\left\{\frac{d\mu}{dT}\right\}\right| = T_0^2 R/E.$$

Для решения этой сопряженной задачи область вязкого течения разбивается на N концентрических цилиндрических слоев, в каждом из которых вязкость и предельное напряжение сдвига считаются постоянными и равными соответствующим величинам, взятым при средней температуре слоя. Такое представление позволило получить систему N+2 обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменение средних по сечению вязких слоев температур, средней температуры ядра и изменение давления:

$$\frac{d\Theta_i}{d\chi} = \frac{2}{\bar v_i\left(\xi_i^2-\xi_{i-1}^2\right)}\left[\xi_i\left(\omega_i - St_i\right)\left(\Theta_i-\Theta_{i+1}\right) - \left(\omega_{i-1}+St_{i-1}\right)\left(\Theta_i-\Theta_{i-1}\right)\right] + \frac{Gn}{\bar v_i Pe}\,\Phi_i, \tag{9}$$

$$\frac{d\bar\Theta_0}{d\chi} = \frac{1}{\xi_0}\left(\Theta_1 - 2\Theta_0 - 1/\beta_1\right)\frac{d\xi_0}{d\chi} + 2/v_0 St_0\left(\Theta_1-\Theta_0\right), \tag{10}$$

$$\frac{d\Pi}{d\chi} = -8\left[1+\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{N}\frac{t_i b_i}{m_i}\right]\Big/\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\xi_i^4-\xi_{i-1}^4}{m_i}\right), \tag{11}$$

где

$$v_i(\xi) = \frac{1}{4}\frac{d\Pi}{d\chi}\left[\frac{\xi^2-\xi_i^2}{m_i} - \sum_{K=1}^{N-i}\frac{d_{i+k}}{m_{i+k}}\right] + I\left[\frac{t_i}{m_i}\left(\xi-\xi_i\right) - \sum_{K=1}^{N-1}\frac{t_{i+K}b_{i+K}}{m_{i+K}}\right], \tag{12}$$

$$\bar v_i = \frac{1}{8}\frac{d\Pi}{d\chi}\left[\frac{\xi_i^2+\xi_{i-1}^2}{2m_i} - \frac{\xi_i^2}{m_i} - \sum_{K=1}^{N-i}\frac{d_{i+k}}{2m_{i+k}}\right] + I\left[\frac{t_i}{m_i}\left(\frac{\xi_i^3-\xi_{i-1}^3}{3d_i} - \frac{\xi_i}{2m_i}\right) - \sum_{K=1}^{N-1}\frac{t_{i+K}b_{i+K}}{2m_{i+K}}\right],$$

$$\omega_i = \frac{1}{2\xi_i}\sum_{j=i+1}^{N} d_j\frac{d\bar v_j}{d\chi},\quad \Phi_i = m_i\overline{\left(\frac{dv_i}{d\xi}\right)^2} - It_i\overline{\left(\frac{dv_i}{d\xi}\right)},\quad d_i = \xi_{i-1}^2 - \xi_i^2,\quad b_i = \xi_{i-1} - \xi_i,$$

а St_i определены в [3].

Оценки, сделанные для течения в слабосходящихся каналах, показали, что течение и теплообмен в них можно моделировать уравнениями, записанными в цилиндрических координатах с заданной функцией изменения радиуса от длины $\xi_N=f(\chi)$, как это предлагается для течения полимеров в [4].

Рассмотрим особенности неизотермического течения на примере течения в цилиндре с адиабатической стенкой при параметрах: Pe=1590; Cn=15,8; I= 0,136; $\beta_1=1{,}925\times10^{-2}$; $\beta_2=3{,}85\times10^{-2}$.

В данном случае неизотермичность течения определяется диссипацией энергии, наибольшее количество которой выделяется у стенок канала, где наибольший градиент скорости (рис. 1а). Там же прежде всего начинает увеличиваться температура (рис. 1б), а это приводит

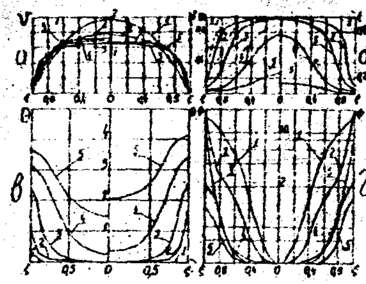

Рис. 1. Распределение по радиусу: а) продольной составляющей скорости; б) вязкости- сплошные линии, предельного напряжения сдвига- штриховые; в) температуры; г) плотности энергии диссипации. Правая половина рисунков для τ_0=const. 1- распределение при $\chi=0$; 2- $\chi=3$; 3- 20; 4- 100: 5-266

к уменьшению вязкости и предельного напряжения сдвига. Профиль скорости вследствие этого становится более наполненным, из-за чего скорость сдвига на периферии возрастает и выделение энергии у стенок увеличивается, а это ведет к снижению μ и τ_0. Дальше вдоль канала профиль скорости становится еще более плоским, что приводит к локализации тепловыделения на периферии течения, но за счет уменьшения μ и τ_0 снижается мощность источников энергии и профиль скорости несколько стабилизируется (крив. 4,5).

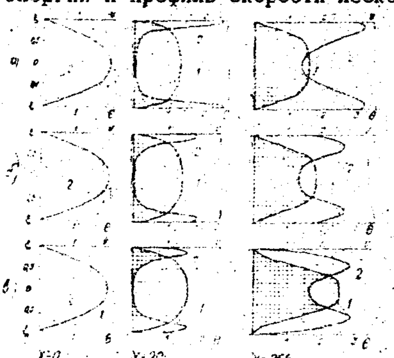

Рис. 2. Эволюция продольной составляющей скорости (1) и температуры (2): а-θ_a=2.24; б-0; в-(-2.24)

При Bi=0. особенности течения будут определяться уже не только диссипацией энергии, но и условиями теплообмена с окружающей средой. Рассмотрим три случая течения а) θ_a=2,24; б) θ_a=0; в) θ_a=-2,24 при Bi =3,75. Другие параметры течения остаются прежними. На рис. 2-3 представлены зависимости П и распределения V и θ от длины χ. Интересно отметить, что градиент давления вдоль течения падает во всех случаях (рис. 2).

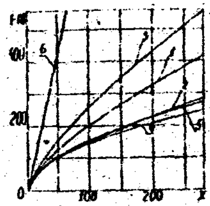

Рис. 3. Зависимость безразмерного давления от длины канала: 1- $Bi=3.75$, $\theta_a=0$; 2- 3.75, 2.24; 3- 3.75, (-2.24); 4- $Bi=0$; 5- $Bi=0$, $\tau_0=const$; 6- течение жидкости при μ, $\tau_0=const$

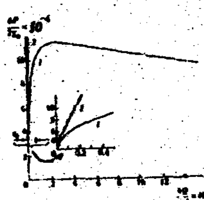

Рис. 4. Неизотермический аналог кривой консистентности (1); 2- изотермическая кривая

Профиль осевой составляющей скорости с увеличением χ становится более наполненным. После достижения максимальной наполненности он начинает вытягиваться (рис. 3). Заметим, что максимальная наполненность соответствует оптимальным условиям получения гранул [5]. Наиболее наполненный профиль скорости наблюдается при $\theta_a=2,24$ (рис. 2).

Такие свойства неизотермического течения приводят к сильному отличию неизотермического аналога кривой консистентности от изотермического [6]. При небольших расходах теплота трения незначительна, и вся она успевает равномерно распределиться по сечению канала за время пребывания в нем жидкости. Реологические характеристики и распределение скорости в этих случаях слабо отличаются от изотермических. При увеличении расхода течение приобретает высокотемпературный характер [3], а это ведет к немонотонной консистентной зависимости (рис. 4).

Возникновение высокотемпературных режимов течения можно определить, зная параметры, определяющие решение системы (4)-(12) β_1, β_2, I, Gn, Pe, Bi, и θ_a.

При заданной призводительности $Pe=const$, т.к. физические свойства различных марок ТПУ отличаются незначительно, и, поскольку для расплавов полимеров, как правило, $I<1$, основное влияние на течение оказывают β_1 и Gn. Рассмотрим это влияние при $Bi=0$, т.к. мы видели, что здесь проявляются основные закономерности неизотермического течения.

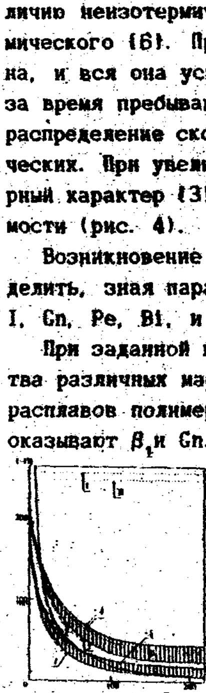

Рис. 5. Зависимость перепада давления от параметров задачи для участка канала $\chi=30$. Область I- $Pe=1600$; II- $Pe=5300$. 1,3- течение с $\beta_1=0,01$; 2,4- $\beta_1=0,2$. $I=0,04$, $\beta_2=0,04$; 5- $Pe=1600$, $\beta_1=0,01$, $\beta_2=0,04$, $Bi=3,75$, $\theta_a=-2,24$. Пунктирные линии для жидкости с постоянными свойствами

Если $Gn \to 0$, то $N \to N_{is}$ (рис. 5). При увеличении Gn от 0 до 100 N резко падает, а при $Gn > 100$ остается почти постоянным, что свидетельствует о возникновении высокотемпературного режима течения с низким градиентом давления.

Характер течения в случае $Bi = 0$ отличается тем, что при малых Gn основное влияние на динамику течения оказывает теплообмен с окружающей средой и для $\Theta_a < 0$ при $Gn \to 0$, $N > N_{is}$ (рис. 5) за счет охлаждения расплава.

Сравнение результатов, полученных изложенным методом, с тестовыми задачами и экспериментальными данными дает хорошее согласие.

ОБОЗНАЧЕНИЯ: a– коэффициент температуропроводности, $м^2/с$; c– удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); E, E_p – энергия активации вязкого пластического течения, Дж/моль; h– интенсивность скоростей деформаций, $с^{-1}$; K– коэффициент теплопередачи, $Вт/(м^2 \cdot К)$; P, P_0 – давление текущее и на входе в конфузор, Па; Q– расход, $м^3/с$; R– универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); r– радиальная координата, м; R_0, r_0– радиус: канала и квазитвердого ядра, м; T, T_0– температура расплава: текущая и на входе в канал, К; V– скорость, м/с; z– продольная координата, м; $\dot{\gamma}$– скорость сдвига, $с^{-1}$; λ– коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); μ– динамический коэффициент вязкости, Па·с; ρ– плотность, $кг/м^3$; τ, τ_0 – напряжение сдвига: текущее и предельное, Па; Gn– число Нема – Гриффита; I– критерий Ильюшина; Pe– число Пекле; $Re=\dfrac{VR_0\rho}{\mu}$ число Рейнольдса; St– число Стантона для слоя. ИНДЕКСЫ: a– относится к окружающей среде; i– номер слоя; is– изотермический; r,z– радиальная и продольная составляющая вектора.

Литература

1. Пономаренко В. Г., Потебня Г. Ф., Ульев Л. М. и др. // ИФЖ.- 1990.- Т. 59; № 1.- С. 158-159.
2. Ockendon H. // J. Fluid Mech.-1979, 93, Part 4.-P. 737-746.
3. Ульев Л. М. Напорно-расходная характеристика при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в цилиндрических каналах.—См. данный сборник.- С. 33-37.
4. Pearson J.R.A. // Polymer Engng. Sci. -1978.-vol. 18, No. 3.- p. 222-229.
5. Бернхардт Э. Переработка термопластичных материалов.-М.: Химия, 1965.-С. 747.
6. Смольский Б.М., Шульман З.П., Гориславец В.М. Реодинамика и теплообмен нелинейно-вязкопластичных материалов.-Минск: Наука и техника, 1970.-С. 448.