Академия наук Беларуси
АНК "Институт тепло-
и массообмена им. А.В. Лыкова"

ТЕПЛОМАССООБМЕН -
ММФ - 92
HEAT / MASS TRANSFER -
MIF - 92

II Минский международный форум
(18 - 22 мая 1992)

Том VI

ТЕПЛОМАССООБМЕН
В РЕОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Минск 1992

УДК 536.24:532.135

Л.М. Ульев

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЫСОКОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОМ КОНФУЗОРЕ

Практически все процессы переработки и производства термопластичных полимеров неразрывно связаны с течением их расплавов в круглых конвергентных каналах. Многие расплавы в пределах изменения параметров переработки ведут себя как высоковязкие ньютоновские жидкости с аррениусовской зависимостью коэффициента вязкости от температуры /1/. Поэтому при исследовании их течения необходимо учитывать как диссипацию механической энергии, так и теплообмен с окружающей средой.

Полимерные течения, как правило, являются ползущими /2/ с характерными значениями критерия Рейнольдса $Re \leq 10^{-2}$, для которых длина участка стабилизации механических возмущений составит величину $l_{н.г} \approx 10^{-6}$м. Величину участка релаксаций температурных возмущений можно оценить по числу Прандтля, характерному для полимеров ($Pr \approx 10^{7}$), т.е. $l_{н.т} \approx Pr \cdot l_{н.г} \approx 10$м.

Оценивая с помощью этой величины производные в уравнении теплообмена, а также учитывая большое значение числа $Pe = Pr \cdot Re$ и то, что в конфузоре с углом раствора $2\theta_0 < 120^\circ$ при медленных течениях угловой составляющей скорости V_θ в уравнениях движения, записанных в сферических координатах, можно пренебречь по сравнению с радиальной V_r /3/, упростим систему уравнений гидродинамики и теплообмена для осесимметричного течения в конфузоре:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = 2\frac{\partial}{\partial \xi}\left[m\frac{\partial v}{\partial \xi}\right] + \frac{\sqrt{1-\tau^2}}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial \tau}\left[m\sqrt{1-\tau^2}\frac{\partial v}{\partial \tau}\right] + \frac{6m}{\xi}\frac{\partial v}{\partial \xi} - \frac{m\tau}{\xi^2}\frac{\partial v}{\partial \tau}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \tau} = \frac{2m}{\xi}\frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi}\left[m\frac{\partial v}{\partial \tau}\right] + \frac{2}{\xi}\frac{\partial}{\partial \tau}\left[mv\right], \qquad (2)$$

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\xi^2 v\right] - \frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial \tau}\left[\sqrt{1-\tau^2}\,\omega\right] = 0, \qquad (3)$$

$$v\frac{\partial\theta}{\partial\xi}-\omega\frac{\sqrt{1-\tau^2}}{\xi^2}\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=\frac{1}{Pe\xi^2}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\left(1-\tau^2\right)\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\right]+\frac{Gn}{Pe}\Phi, \tag{4}$$

где $\xi=\frac{R}{R_0}$, $\tau=\cos\theta$, $\Pi=\frac{(P-P_0)R_0}{\mu_0 V_0}$, $\beta=\frac{R^*T_0}{E}$, $\theta=\frac{E}{R^*T_0}\left(T-T_0\right)$, $v=\frac{V_R}{V_0}$, $\omega=\frac{V_\theta}{V_0}$,

$m=\frac{\mu}{\mu(T_0)}=\exp\left[-\frac{\theta}{1+\beta\theta}\right]$, $Gn=\frac{\mu(T_0)V_0^2}{\lambda\ R^*T_0}$, $Pe=\frac{V_0R_0}{a}$, $V_0=\frac{Q}{2\pi\left(1-\cos\theta_0\right)R_0r_0}$,

$$\Phi=m\frac{1}{\xi^2}\left[4v^2+\left(1-\tau^2\right)\left(\frac{\partial v}{\partial\tau}\right)^2\right]+2m\left(\frac{\partial v}{\partial\xi}\right)^2.$$

Граничными условиями являются условие симметрии для скорости и температуры на оси течения, условие прилипания на стенке для скорости и условие 3-го рода для температуры,условие постоянства расхода, а соотношение $l_{н.г}\ll l_{н.т}$ позволяет считать распределения скорости и давления на входе соответствующими распределению Харрисона.

Для решения этой системы сопряженных уравнений область течения условно разбивается на N концентрических конических слоев, в каждом из которых вязкость считается постоянной и равной вязкости при средней температуре слоя. В результате получим систему 3N уравнений гидродинамики и теплообмена, а к использованным граничным условиям добавится 4(N-I) условий сопряжения составляющих скорости, напряжения сдвига и условий теплообмена на границах слоев.

Из уравнений гидродинамики получаем выражения для составляющих скорости в слоях, а усредняя (4) и (1) по поперечному сечению I-го слоя,получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, определяющих средние температуры и давления в слоях:

$$v_i=\frac{1}{\xi^2}u_i\left(\tau\right),\ \omega_i=\frac{1}{\xi\sqrt{1-\tau_i^2}}\sum_{i=1}^{i}\left(\tau_i-\tau_{i-1}\right)\frac{d\bar{u}_i}{d\xi},\ \tau_i\leqslant\tau\leqslant\tau_{i-1},$$

$$\frac{d\bar{\theta}_i}{d\xi}=\frac{1}{\xi\left(\tau_i-\tau_{i-1}\right)\bar{v}_i}\left[\sqrt{1-\tau_{i-1}^2}\left(\omega_{i-1}+St_{i-1}\right)\left(\theta_i-\bar{\theta}_{i-1}\right)-\sqrt{1-\tau_i^2}\left(\omega_i+St_i\right)\times\right.$$

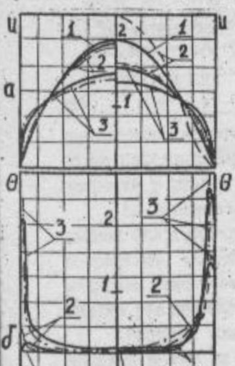
$$\left.\times\left(\theta_i-\bar{\theta}_{i+1}\right)\right]+\frac{Gn}{Pe}\frac{\bar{\Phi}_i}{\bar{v}_i},\ i=1,2,\ldots N,$$

$$\frac{d\Pi_i}{d\xi} = \frac{3m_N k_N}{P_2\left(\tau_N\right)\xi^4}\left[1-\left(\tau_i^2+\tau_i\tau_{i+1}+\tau_{i+1}^2\right)\right],\ i= 1,2,\ldots N,$$

где $u_i\left(\tau\right)= k_N\left\{\frac{m_N}{P_2\left(\tau_N\right)}\left[\frac{P_2\left(\tau\right)}{m_i}+S_i\right]-1\right\},\ S_i=\sum_{K=i}^{N-1}\left(\frac{1}{m_{K+1}}-\frac{1}{m_K}\right)P_2\left(\tau_K\right),$

$$k_N=\frac{A\left(\tau_N-1\right)}{\sum\limits_{K=1}^{N}\left\{\frac{m_N\left[\left(\tau_K^3-\tau_K\right)-\left(\tau_{K-1}^3-\tau_{K-1}\right)\right]}{2\,m_K\,P_2\left(\tau_K\right)}-\left[\frac{m_N}{P_2\left(\tau_N\right)}S_K-1\right]\left(\tau_K-\tau_{K-1}\right)\right\}},\ P_2\left(\tau\right)-$$

функция Лежандра первого рода и второго порядка, $St_i=\frac{Nu_i}{Pe}$, а Nu_i - коэффициенты кондуктивного теплообмена между слоями, определяемые при рассмотрении теплообмена между тремя соседними слоями, $\bar{\theta}_{N+I}=\theta_a$ - температура окружающей среды, $d\Pi/d\xi$ вычисляется дифференцированием средней величины u и в итоге выражается через $d\bar{\theta}/d\xi$.



Полученная система уравнений интегрировалась численно методом Гира для расплавов с параметрами $A=8,67\cdot10^{-2}$; $2\theta_0=30^0$; $\beta = 1,44\cdot I0^{-2}$; $Pe = 2,02\cdot10^4$; $Gn = 1,654$; $Bi= 169,8$ и различных температур окружающей среды ($1 - \theta_a=0$; $2 - \theta_a=1,5$; $3- \theta_a=-1,5$), а также для течения с адиабатической стенкой.

Рис.1. Распределение по угловой координате скорости (а) и температуры (б). Левая половина: сплошные линии - для течения при $\theta_a=0$; штрихпунктирные - при адиабатической стенке. Правая половина: сплошные линии - при $\theta_a=I,5$; пунктирные - при $\theta_a=-1,5$; штрихпунктирные - для жидкости с постоянной вязкостью при $\theta_a=-1,5$. $1-\xi=1$; $2-0,2$; $3-\xi=A$

При $\theta_a=0$ в начале течения распределения температуры, скорости (рис.1) и перепада давления (рис.2) почти не отличаются от изотермических. При $\theta_a=1,5$ жидкость

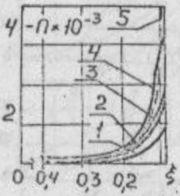


Рис.2. Зависимость безразмерного давления от ξ: 1-θ_a=-1,5; 2-адиабатическое течение; 3-0; 4-θ_a=1,5; 5-течение при μ=const

нагревается (тепловой поток $q=Bi(\theta_N-\theta_a)$ отрицательный (рис.3)) только в тонком периферийном слое из-за малой теплопроводности, что ведет к уменьшению вязкости и уплощению профиля скорости, а при θ_a= -1,5 остывает (тепловой поток положительный), вследствие чего вязкость на периферии увеличивается, а профиль радиальной скорости вытягивается (рис.1).

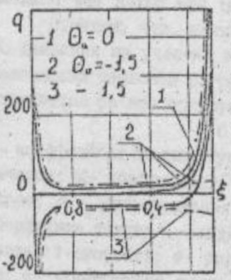


Рис.3. Зависимость безразмерного теплового потока через стенку конфузора от ξ. Сплошные линии - жидкость с переменной вязкостью, пунктирная - без учета диссипации энергии, штрихпунктирная - течение жидкости с μ=const и учетом диссипации

Дальнейшее течение приводит к увеличению средней по поперечному сечению канала скорости. Это ведет к увеличению градиента скорости, особенно в периферийной области, и, следовательно, к росту диссипации энергии у стенок канала, повышению там температуры и уменьшению вязкости (рис.1). Профиль радиальной скорости становится более наполненным, что приводит к еще большему увеличению градиента скорости у стенок канала.

На некотором расстоянии от входа эффекты, связанные с диссипацией энергии, становятся преобладающими и, хотя перепад давления возрастает, модуль его градиента уменьшается по сравнению с изотермическим течением во всех случаях (рис.2). Тепловой поток здесь сильно увеличивается, а при θ_a=1,5 меняет направление (рис.3).

Оценить влияние диссипации механической энергии на динамику течения можно по величине числа Нема-Гриффитса. Мы вычисляли Gn с помощью средней по длине образующей конфузора скорости, но т.к. диссипативные эффекты существенны лишь на выходе из конфузора, то в качестве масштаба скорости желательно брать среднюю скорость на выходе из канала. В этом случае Gn≈225. Если принять за масштаб среднюю по объему конфузора скорость, получим Gn≈0,I. Это не дает адекватного отражения процесса, но показывает, что на большей части конфузора теплота диссипации несущественна.

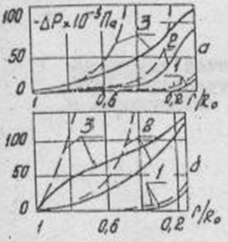


Рис.4. Зависимость размерного перепада давления от ξ для конфузоров (а – $2\theta_0=30^\circ$; б – 16°) и расходов (1-$6\cdot 10^{7}$ м^3/с; 2-$5\cdot 10^{-5}$; 3-$5\cdot 10^{-4}$). Сплошные линии – неизотермическое течение, штриховые – изотермическое

Увеличение расхода жидкости может изменить некоторые свойства течения, хотя при изотермическом течении сам конфузор моделирует течения с разными расходами. При увеличении Q зависимость $\Delta P(\xi)$ становится похожа на распределение давления в цилиндрическом канале /4/. Особенно отчетливо это видно при небольших углах раствора конфузора (рис.4).

Отметим, что, начиная с некоторого расхода, перепад размерного давления на участке конфузора растет незначительно, потому что маловязкий тепловой пограничный слой при увеличении расхода распространяется на все большую часть конфузора.

Обозначения

а- коэффициент температуропроводности; Е- энергия активации вязкого течения; К- коэффициент теплопередачи; P, P_0- давление текущее и на входе; R^*- универсальная газовая постоянная; R, R_0, r_0 - радиальная координата текущая, входа и выхода; T, T_0- температура текущая и на входе; V-скорость; θ- угловая координата; θ_0- половина угла раствора; λ- коэффициент теплопроводности расплава; μ- динамическая вязкость; $Bi=KR_0/\lambda$- безразмерный коэффициент теплопередачи; $A=r_0/R_0$.

Литература

1. Пономаренко В.Г., Потебня Г.Ф., Ульев Л.М., Житинкин А.А., Ольховиков О.А. Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра// Инж.- физ.журн.- Минск, 1990. -13с. - Деп. в ВИНИТИ АН СССР 05.03.90 , № I224-B90.

2. Тадмор.З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. -М.:Химия, 1984.-632 с.

3. Керпман В.И. Медленные течения вязкой жидкости в коническом диффузоре // Изв. АН СССР.МЖГ.-1972.-№ 2.-С. 41-47.

4. Пономаренко В.Г., Потебня Г.Ф., Ульев Л.М. Особенности течения высоковязких жидкостей в цилиндрических каналах // Пром. теплотехника.-1985.-Т. 7,№ 1.-С. 9-16.