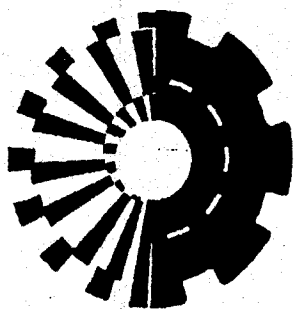


**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
УКРАИНЫ**

**ISSN 0453-7998
ISSN 0234-5110**

ВЕСТНИК



**Харьковского
Государственного
Политехнического
Университета**

Выпуск 49

ХГПУ 1999

Л.М. Ульев, канд. техн. наук.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛАХ С МАЛОЙ КОНУСНОСТЬЮ

Розв'язана задача повільної течії ньютонівської рідини у конічних каналах з малим кутом розхилу. Отримані зручні залежності для розрахунку перепаду тиснення та швидкості.

При экструзионном способе производства полимерных изделий расплав полимера продавливается через слабо сходящиеся или слабо расходящиеся каналы формирующего оборудования, и для выбора оптимальных конструкторских и технологических параметров необходимо определение основных закономерностей течения, которые в значительной степени являются фактором, определяющим технологические свойства изделий.

Применение численных методов, развитых для исследования течения расплавов полимеров в конических каналах [1,2], не всегда оправдано и, в некоторых случаях, можно получить простые аналитические зависимости.

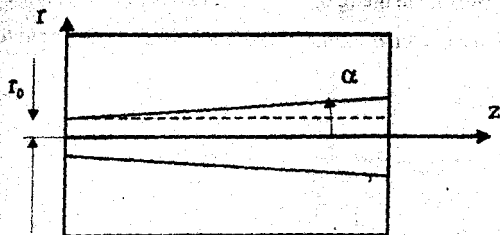


Рис. 1. Геометрия канала

В пределах изменения параметров переработки, расплавы некоторых полимеров ведут себя, как ньютоновские жидкости [3]. Для практически значимых расходов таких жидкостей $Q \approx 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$, их реофизических свойств $\mu \sim 10^3 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\rho \sim 1200 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\lambda \sim 0,2$

Вт/(м·К), $\Delta T_{\text{теол}} \sim 6 \text{ К}$ [1] и геометрических размеров канала (рис. 1) $r_0 \sim 0,1 \dots 0,5 \text{ м}$ [4], число Нема-Гриффита [1,2] $Gn \ll 1$, число Рейнольдса $Re \ll 1$.

Величина числа Gn говорит о том, что при хорошей теплоизоляции аппарата течение можно рассматривать, как изотермическое, а величина числа Re о том, что течение можно считать ползушим [5].

В работе [2] автором получено выражение для расчета перепада среднего по поперечному сечению канала давления при ползущих течениях в конических каналах. В работе [6] с помощью соотношения, определяющего Харрисоновский [2] профиль скорости, получено выражение для расчета градиента давления при ламинарном течении в конусе с малым углом раскрытия. В [7] предлагается рассчитывать конические течения с помощью ступенчатой аппроксимации канала цилиндрическими каналами. В последнем случае, чтобы избежать большой ошибки необходимо создавать численную модель аппроксимации, что не всегда оправдано.

Будем рассматривать течение в цилиндрических координатах, как аксиальносимметричное, и тогда уравнение неразрывности

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

позволяет оценить величину радиальной составляющей скорости по сравнению с продольной составляющей.

Действительно, если радиус канала изменяется по закону $r = r_0 + z \cdot \operatorname{tg} \alpha$, тогда средняя по поперечному сечению канала скорость определится выражением:

$$\bar{V} = \frac{Q}{\pi(r_0 + z \operatorname{tg} \alpha)^2}, \quad (2)$$

что позволяет из уравнения (1) получить соотношение $V_r \approx \bar{V}_z \operatorname{tg} \alpha$, т.е. при углах раскрытия α , для которых выполняется соотношение $\operatorname{tg} \alpha \ll 1$, мы можем пренебречь радиальной составляющей скорости по сравнению с продольной, а в уравнениях ползущего течения сделать оценку производных $\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} \approx \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial r} \approx \frac{Q}{r_0^4}$, $\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \approx \frac{Q}{r_0^4} (\operatorname{tg} \alpha)^2$ и, учитывая все сделанные замечания, записать уравнение движения в виде:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right), \quad (3)$$

с граничными условиями:

$$V = 0, \quad r = r_0 + z \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (4)$$

$$P = P_0, \quad z = 0. \quad (5)$$

Система уравнений (3)-(5) имеет решение:

$$V = \frac{2Q}{\pi(r_0 + z \cdot \operatorname{tg} \alpha)^4} \left[(r_0 + z \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 - r^2 \right], \quad (6)$$

$$\Delta P = P - P_0 = \frac{8\mu Q}{3\pi r_0^3 \alpha} \left[\frac{1}{(r_0 + z \cdot \operatorname{tg} \alpha)^3} - \frac{1}{r_0^3} \right], \quad (7)$$

Сравним распределение давления в канале, найденное с помощью (7), с результатами вычисления перепада среднего по поперечному сечению конфузора давления, полученного при точном аналитическом решении [2], которое в наших переменных:

$$\Delta \bar{P} = \frac{\mu Q (1 + \tau_0)^2 \sqrt{1 - \tau_0^2}}{\pi \tau_0 (1 + \tau_0 - 2\tau_0^2)} \left[\frac{1}{(r_0 + z \cdot \operatorname{tg} \alpha)^3} - \frac{1}{r_0^3} \right], \quad (8)$$

где $\tau_0 = \cos \alpha$, и выражения, полученного в [6]:

$$\Delta P = \frac{8\mu Q (\operatorname{tg} \alpha)^3}{3\pi \alpha^4} \left[\frac{1}{(r_0 + z \cdot \operatorname{tg} \alpha)^3} - \frac{1}{r_0^3} \right] \left(1 - \frac{3\alpha^2}{2} \right), \quad (9)$$

для канала с размерами $r_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ м, $z = 0,2$ м, $\alpha = 15^\circ$.

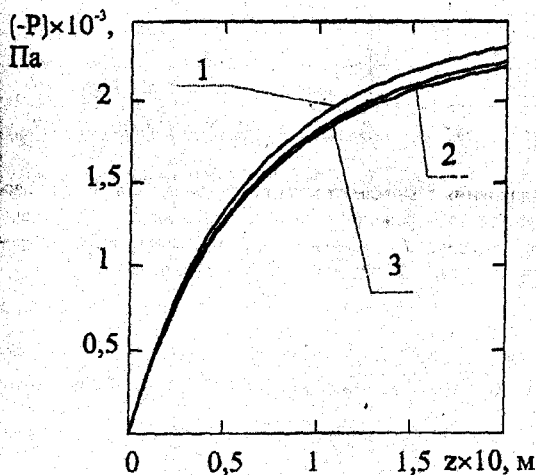


Рис. 2. Распределение давления в канале. 1- расчет для зависимости (8), 2- для (7), 3- для (9).

расчета неизотермических течений жидкостей в конических каналах, реологические свойства которых не дают возможности применить метод разделения переменных к уравнению их движения, записанному в сферических координатах.

Обозначения

Q - объемный расход жидкости, м³/с; r_0 , г - радиус канала и радиальная координата м; V - скорость, м/с; z - продольная координата, м; $Cn = \frac{\mu(T_0)V_0^2}{\lambda \Delta T_{\text{max}}}$ - число Нема-Гриффита,

Отклонение между зависимостями (8) и (7) составляет 4%, а между (9) и (8) - 5,5% для всей длины канала (рис. 2). Сравнение при различных углах конусности показывает, что использование зависимости (7) предпочтительнее для всех возможных углов раскрытия канала (рис. 3).

Заметим, что результаты полученные с помощью соотношения (7), позволяют создавать численные методы для

$Re = \rho V_0 r_0 / \mu$ - число Рейнольдса; λ - теплопроводность расплава, Вт/м·К; μ - коэффициент динамической вязкости Па·с; θ - угловая сферическая координата, рад; 2α - угол раствора конфузора; ρ - плотность, кг/м³.

Индексы: r, z- обозначают радиальную и продольную координаты вектора.

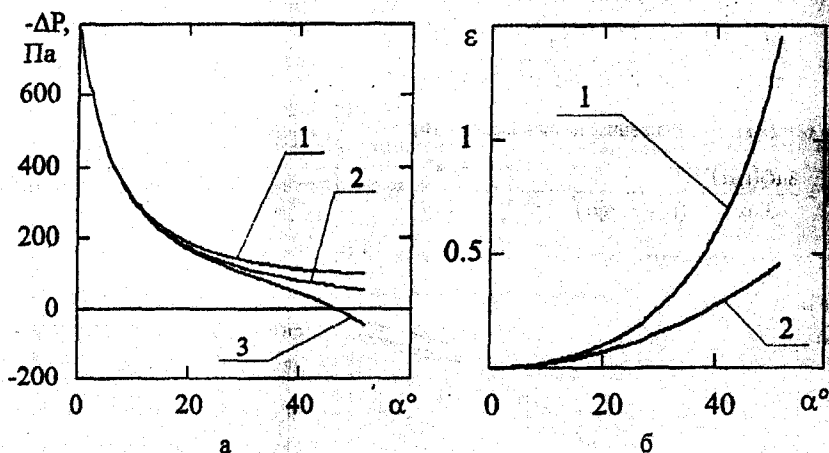


Рис. 3. а- зависимость перепада давления в канале от угла раствора канала; 1- для расчета по выражению (8), 2- для расчета по выражению (7), 3- для выражения (9). б- зависимость относительного отклонения между перепадом давлений рассчитанных по выражению (8) и (7)- 1 от угла раствора канала, 2- для давлений рассчитанных по (8) и (9).

Список литературы: 1. Ульев Л.М. Течение и теплообмен высоковязкой жидкости в круглом конфузоре // ТОХТ. -1992. -Т. 26, №. 2. -С. 243-253. 2. Ульев Л.М. Особенности напорно-расходной характеристики при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в круглых конфузорах. I. Метод исследования // Вестник ХГПУ. - 1998. - Вып. 15. - С. 3-13. 3. Пономаренко В.Г., Потембя Г.Ф., Ульев Л.М., Житинкин А.А., Ольховиков О.А. Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра. // Инж.-физ. журн. - 1990. - Т. 59, №. 1. -С. 158-159. 4. Joshi M. V. Dies for plastics extrusion. - Delhi.: Macmillan, India Limited, 1984. - P. 176. 5. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. - М.: Мир, 1984. - С. 632. 6. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. -М.: ГИГТЛ, 1955. -С. 520.

Поступила в редколлегию 13.05.99