

**"МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
В ХИМИИ И ХИМИЧЕСКОЙ  
ТЕХНОЛОГИИ"**

**(MMX-10)**

**МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**

**Тезисы докладов**

Тула 1996

ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА ВЫСОКОВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В  
КОНИЧЕСКИХ КОНФУЗОРАХ

Ульев Л.М., Андрийчук Н.Д.

Многие процессы производства и переработки полимеров связаны с течением в круглых конфузорах, а некоторые расплавы термопластичных полимеров в пределах изменения параметров переработки ведут себя как высоковязкие ньютоновские жидкости с аррениусовской температурной зависимостью вязкости [1]. Поэтому при исследовании течения таких жидкостей необходимо учитывать как диссипацию энергии, так и теплообмен с окружающей средой.

Для практически интересных расходов  $Re \leq 10^{-2}$ , а число Прандтля у таких жидкостей  $Pr \approx 10^7$ , т.е. длина, на которой происходят механические релаксации в потоке, на много порядков меньше интервала температурных релаксаций. Учитывая сказанное, а также то, что при медленных течениях в конфузорах с углом раствора  $2\theta_0 < 120^\circ$  угловой составляющей скорости  $V_\theta$  в уравнениях движения, записанных в сферических координатах, можно пренебречь по сравнению с радиальной  $V_R$  [2], упростим систему уравнений гидродинамики и теплообмена для стационарного осесимметричного течения в конфузоре [3]:

$$\frac{\partial p}{\partial R} = \frac{\partial \sigma_{RR}}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma_{\theta R}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{RR} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta R} \operatorname{ctg}(\theta)}{R}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma_{RR}}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}) \operatorname{ctg}(\theta) + 3\sigma_{\theta R}}{R}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_R}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{2V_R}{R} + \frac{V_\theta \operatorname{ctg}(\theta)}{R} = 0, \quad (3)$$

$$V_R \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \alpha \left[ \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right] + \Phi, \quad (4)$$

где компоненты тензора вязких напряжений в конфузоре:

$\sigma_{RR} = 2\mu \frac{\partial V_R}{\partial R}$ ;  $\sigma_{\theta\theta} = \mu \frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta}$ ;  $\sigma_{\varphi\varphi} = 2\mu \frac{V_R}{R}$ ;  $\sigma_{\theta R} = 2\mu \frac{V_\theta}{R}$ , а диссипативная функция запишется  $\Phi = \sigma_{1k} \varepsilon_{1k}$ , где  $\varepsilon_{1k} = \sigma_{1k} / 2\mu$  - тензор скоростей деформации.

Условиями однозначности являются граничные условия

$$\frac{\partial V_R}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0, \quad V_\theta = 0, \quad \theta = 0, \quad (5)$$

$$V_R = 0, \quad \frac{\lambda}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} = -K(T - T_1), \quad \theta = \theta_0, \quad (6)$$

$$T = T_0, \quad 0 \leq \theta < \theta_0, \quad (7)$$

$$P(\theta) = P_0, \quad R = R_0, \quad \theta = \theta_0, \quad (8)$$

и условие постоянства расхода  $Q = 2\pi R^2 \int_0^{\theta_0} V_R \sin \theta d\theta$ , где  $a$  - температуропроводность,  $K$  - коэффициент теплопередачи,  $P, P_0$  - давление текущее и на входе,  $Q$  - расход,  $R, R_0$  - радиальная сферическая координата и длина образующей конфузора,  $V_R, V_\theta$  - радиальная и угловая составляющие скорости,  $\mu$  - вязкость,  $\theta, \varphi$  - угловая и азимутальная координаты.

Для решения этой сопряженной по вязкости задачи область течения разбивается на  $N$  концентрических конических слоев, в каждом из которых вязкость считается постоянной и равной вязкости, взятой при средней температуре слоя. Такое представление позволило получить аналитические выражения для составляющих скорости жидкости, диссипативной функции и коэффициентов теплообмена между слоями, которые затем использовались для дискретизации уравнения теплопереноса, после чего мы получили систему  $2N$  обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменения средних по сечению слоев температур и давлений.

После интегрирования системы получены распределение скорости, давления и температуры в канале при различной интенсивности теплообмена с окружающей средой и разных расходах.

Особый интерес при переработке полимеров представляет напорно-расходная характеристика фильерных каналов. При небольших углах раствора напорно-расходная характеристика напоминает характеристику при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в цилиндрических каналах [4]. При увеличении  $\theta_0$  характеристика становится монотонной вследствие того, что с увеличением расхода область с преобладающим влиянием диссипации будет занимать все большую и большую часть конфузора. Получены критерии неизотермичности для течения в конфузоре.

#### Литература

1. Пономаренко В.Г., Потебня Г.Ф., Ульев Л.М. и др. // ИФЖ. 1990. Т. 59. №1. С. 158-159.
2. Керчман В.И. // Изв. АН СССР. МЖТ. 1972. №2. С. 41-47.
3. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия. 1984. С. 632.
4. Ульев Л.М. Напорно-расходная характеристика при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в круглых каналах / Сборник тезисов Междунар. конф. "Математические методы в химии и химической технологии". ММХ-9. Часть 4. Тверь. 1995. С. 38-39.