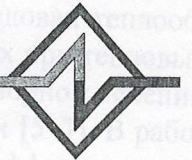


ТЕПЛОТЕХНОЛОГІЇ ТА ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ

ЩОКВАРТАЛЬНИЙ НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ



3'2000

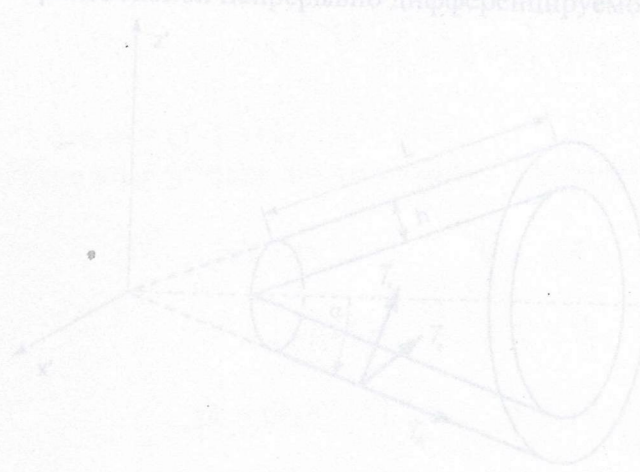
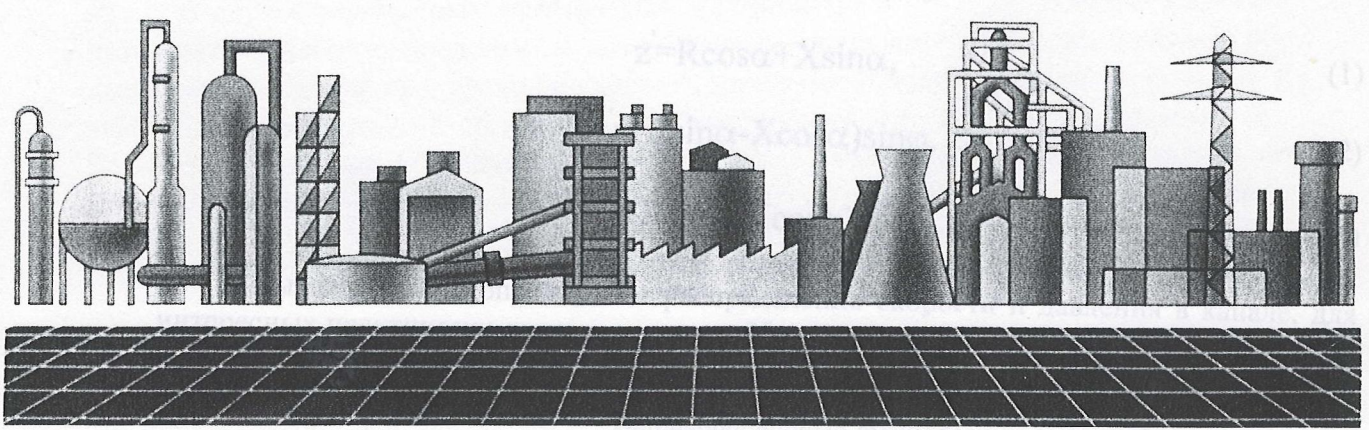


Рис. 1. Геометрия конического зазора постоянной ширины
 L – длина конической части канала, м;
 H – ширина зазора, м;
 r, θ, φ – орты в биконической системе координат

становится на случаях, когда изменения температуры стенок канала задаются кусочно-дифференцируемыми, немонотонными функциями произвольной сложности.

Также, как и в работах [1-10], исследовать теплообмен будем в биконических координатах (рис. 1), задаваемых преобразованием [11]:



УДК 536.24: 532.135

Ульев Л.М.

**ЛАМИНАРНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ПРИ РАСХОДЯЩЕМСЯ ТЕЧЕНИИ
В КОНИЧЕСКОМ ЗАЗОРЕ С КУСОЧНО-ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫМ
РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ГРАНИЦАХ**

В работах [1–3] автором поставлена и решена гидродинамическая задача для медленного течения в соосных конических каналах. В работе [4] исследован теплообмен при медленном диффузорном течении в соосных конических каналах при тепловых граничных условиях третьего рода. Теплообмен при ламинарном диффузорном течении в таких каналах для граничных условий первого рода изучался в работах [5–7]. В работах [8, 9] исследован теплообмен для ламинарного теплообмена при диффузорном течении в коническом зазоре при линейно изменяющихся температурах стенок канала. В работе [10] решена задача теплообмена при задании температуры на границе канала произвольной непрерывно дифференцируемой функцией.

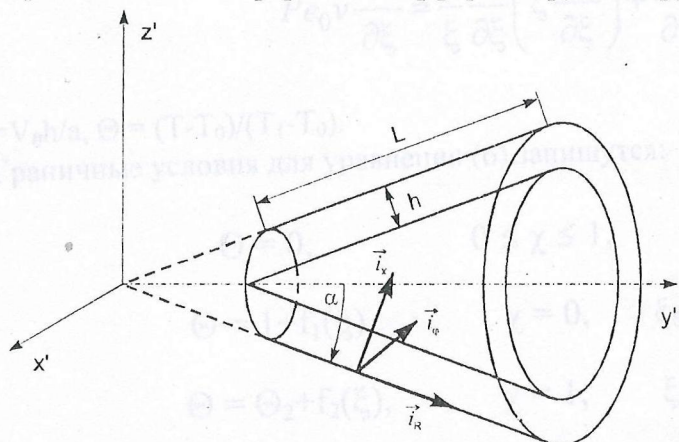


Рис. 1. Геометрия конического зазора постоянной ширины
L – длина конической части канала, м;
h – ширина зазора, м;
 i_r, i_x, i_φ – орты в биконической системе координат

В данной работе мы определим ограничения, при которых могут быть использованы решения, полученные ранее в работах [8-10]. Также, как и в указанных работах, исследовать будем теплообмен при аксиально-симметричном течении высоковязких жидкостей при числах Рейнольдса $Re \ll 1$, пренебрегая диссипацией механической энергии и изменением теплофизических свойств жидкости. В работах [8, 10] рассматривался теплообмен при задании изменения температуры границ вдоль течения монотонной непрерывно дифференцируемой функцией. В предлагаемой работе мы остано-

вимся на случаях, когда изменения температуры стенок канала задаются кусочно-дифференцируемыми, немонотонными функциями продольной координаты.

Также, как и в работах [1-10], исследовать теплообмен будем в биконических координатах (рис. 1), задаваемых преобразователем [11] :

$$z' = R \cos \alpha + X \sin \alpha, \tag{1}$$

$$y' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \sin \varphi, \tag{2}$$

$$x' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \cos \varphi, \tag{3}$$

Выражения для определения распределения скорости и давления в канале, для интересных практически случаев, т. е. при $X \tan \alpha \gg h$, получены в [1-3]:

$$v = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi), \quad (4)$$

$$\Pi = -\frac{6(\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)}{\sin \alpha} \ln \frac{1 - 2\xi \operatorname{tg} \alpha}{1 - 2\xi_0 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (5)$$

где $\xi = R/h$, $\chi = X/h$, $V_0 = Q/\pi h(2R_0 \sin \alpha - h \cos \alpha)$, $v = V_R/V_0$, $\Pi = (P - P_0)h/\gamma V_0$.

Для определения пределов применимости решений, полученных в [8-10], проанализируем более подробно уравнения теплообмена и условия на границах для рассматриваемого случая. Вычисляя коэффициенты Ламэ для преобразования (1)-(3) $N_X = 1, N_R = 1, N_\varphi = \Omega$, учитывая, что $V_X = o(V_R)$ [1] и $\xi \operatorname{tg} \alpha \gg 1$, запишем уравнение теплообмена, следуя [12], в виде:

$$Pe_0 v \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \chi^2}, \quad (6)$$

где $Pe_0 = V_0 h/a$, $\Theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$.

Граничные условия для уравнения (6) запишутся:

$$\Theta = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_0, \quad (7)$$

$$\Theta = 1 + f_1(\xi), \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (8)$$

$$\Theta = \Theta_2 + f_2(\xi), \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (9)$$

где $f_1(\xi)$ и $f_2(\xi)$ – кусочно-дифференцируемые функции, удовлетворяющие условию $f_1(\xi_0) = f_2(\xi_0) = 0$.

В работах [4-10] мы получали решения, пренебрегая изменением кондуктивного теплового потока вдоль течения по сравнению с конвективным, т.е. пренебрегая первым членом в правой части уравнения (6). Это справедливо при $Pe_0 > 100$ и постоянной температуре границ канала, т.е. $f_1(\xi) = f_2(\xi) = 0$. Данную оценку можно получить, следуя методу, изложенному в [13].

В случае переменных температурных границ вдоль течения, условие $Pe > 100$ позволяет пренебречь продольным кондуктивным теплопереносом в центральной области течения, но вблизи границы скорость жидкости стремится к нулю, и поэтому в этой области необходимо сравнивать величину членов в правой части уравнения (6). Величина изменения температуры жидкости вдоль течения вблизи стенок канала не может превышать величину изменения температуры стенок канала при отсутствии внутренних источников теплоты в жидкости, т.е. мы можем записать $\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \approx \frac{\partial f}{\partial \xi}$. Учи-

тывая, что характерное изменение безразмерной температуры поперек канала имеет

порядок 1, мы из (6) получаем оценку для функций f_i в виде $\left| \frac{df_i}{d\xi} \right| \ll \xi$. Поскольку для практически интересных случаев $\xi > 1$ мы можем вблизи границ канала пренебречь изменением кондуктивного теплового потока вдоль течения по сравнению с изменением кондуктивного теплового потока поперек течения в случаях, когда выполняется условие $\left| \frac{df_i}{d\xi} \right| < 1$ ($i = 1, 2$).

В частности, если $f_i(\xi)$ – линейная функция, т. е. $f_i = b_i(\xi - \xi_0)$, как это было принято в работах [8, 9], то для пренебрежения в решении кондуктивным тепловым потоком вдоль течения, должны выполняться условия $Pe_0 > 100$ и $b_i < 1$.

Решение задачи (4), (6)-(9) получено в [10] для непрерывно дифференцируемых функций f_i и выглядит, как:

$$\Theta(\xi, \chi) = 1 + f_1(\xi) + [\Theta_2 - 1 + f_2(\xi) - f_1(\xi)]\chi + \Phi_1(\xi, \chi) + \Phi_2(\xi, \chi), \quad (10)$$

где $\Phi_i(\xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_{in}(\xi) \Psi_{in}(t), t=2\chi-1, Y_{1n}(\xi) = -\frac{M_n}{2} [(1 + \Theta_2) E_{1n} + I_{1n}],$

$$Y_{2n}(\xi) = \frac{K_n}{2} [(1 - \Theta_2) E_{2n} + I_{2n}],$$

$$E_{in} = \exp \left\{ \frac{8\mu_{in}^2 (\xi - \xi_0) [\cos \alpha - (\xi + \xi_0) \sin \alpha]}{3Pe} \right\},$$

$$I_{in} = \int_{\xi_0}^{\xi} \gamma_i(\tau) \exp \left\{ \frac{8\mu_{in}^2 (\xi - \tau) [\cos \alpha - (\xi + \tau) \sin \alpha]}{3Pe} \right\} d\tau,$$

$$\gamma_1(\tau) = 2g_1(\tau), \quad \gamma_2(\tau) = -2g_2(\tau),$$

$$g_1(\tau) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial f_1(\tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial f_2(\tau)}{\partial \tau} \right], \quad g_2(\tau) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial f_2(\tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial f_1(\tau)}{\partial \tau} \right],$$

$$M_n = \frac{\int_{-1}^1 (1-t^2) \Psi_{1n}(t) dt}{\|\Psi_{1n}\|^2}, \quad (14)$$

$$K_n = \frac{\int_{-1}^1 t(1-t^2)\Psi_{2n}(t) dt}{\|\Psi_{2n}\|^2}, \text{ а } \Psi_{1n} = \exp\left(-\frac{\mu_{1n}t^2}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{1-\mu_{1n}}{4}, \frac{1}{2}; \mu_{1n}t^2\right) \text{ и}$$

$$\Psi_{2n} = \sqrt{\mu_{2n}} \exp\left(-\frac{\mu_{2n}t^2}{2}\right) t {}_1F_1\left(\frac{3-\mu_{2n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{2n}t^2\right) - \text{собственные функции опера-}$$

тора Штурма- Лиувилля, соответствующего задаче (4), (6)- (9), μ_{14} и μ_{24} – корни урав-

$$\text{нений } {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0 \text{ и } {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) = 0 \text{ соответственно,}$$

$$\|\Psi_{in}\|^2 = \int_{-1}^1 (1-t^2) \Psi_{in}^2 dt - \text{квадрат нормы собственных функций, } {}_1F_1(\alpha, \gamma; x) -$$

вырожденная гипергеометрическая функция.

С помощью (10) может быть определена среднемассовая температура потока:

$$\bar{\Theta} = \frac{2\pi \int_0^1 \nu \Theta(\xi, \chi) (\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) d\chi}{\bar{\nu} \pi (2\xi \sin \alpha - \cos \alpha)} = \frac{12}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} \int_0^1 (\chi^2 - \chi) \Theta(\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) d\chi \quad (11)$$

$$\text{где } \bar{\nu} = \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha} - \text{средняя безразмерная скорость.} \quad (12)$$

Для анализа теплообмена на границах канала будем использовать как числа Нуссельта, определенные традиционным способом, т.е. отношение локальных коэффициентов теплоотдачи к разности между среднемассовой температурой потока и текущей температурой стенок:

$$Nu_i = \frac{\alpha_i h}{\lambda} = (-1)^{i-1} \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=i-1}, \quad (13)$$

так и безразмерный тепловой поток на стенках канала, при определении которого используется температурный масштаб, выбранный для получения безразмерных величин [7]:

$$Nu_i^* = (-1)^i \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=i-1} \quad (14)$$

Определение величин (14) нам необходимо потому, что числа Нуссельта при теплообмене в каналах, поперечное сечение которых представляет многосвязную область, могут иметь разрыв [7].

Выполняя дифференцирование в (13) и (14), получим:

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right|_{\chi=i-1} = \Theta_2 - 1 + f_2(\xi) - f_1(\xi) + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{1n} \Psi'_{1n} \Big|_{\chi=i-1} + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{2n} \Psi'_{2n} \Big|_{\chi=i-1}, \quad (15)$$

где $\Psi'_{1n} \Big|_{\chi=0} = -\Psi'_{1n} \Big|_{\chi=1} = -2\mu_{1n}(1-\mu_{1n}) \exp\left(-\frac{\mu_{1n}}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{5-\mu_{1n}}{4}, \frac{3}{2}; \mu_{1n}\right),$

$$\Psi'_{2n} \Big|_{\chi=0} = \Psi'_{2n} \Big|_{\chi=1} = \frac{2\sqrt{\mu_{2n}}\mu_{2n}(3-\mu_{2n})}{3} \exp\left(-\frac{\mu_{2n}}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{7-\mu_{1n}}{4}, \frac{5}{2}; \mu_{2n}\right).$$

При расчете теплообмена в промышленных аппаратах часто встречаются случаи, когда температура стенок конической щели является немонотонной функцией вдоль течения. Например, температуру внутренней поверхности соосного конического канала распределительной части экструзионной головки подводного гранулятора при наличии в дорне канала с теплоносителем можно аппроксимировать ломанной линией вдоль течения, т.е. температура поверхности дорна изменяется от температуры, близкой к температуре расплава полимера на входе в канал, до температуры, близкой к температуре теплоносителя в месте его расположения, а затем вдоль течения изменяется до температуры фильерной плиты, которая омывается со стороны ножей холодной водой, уносящей гранулы. В итоге, зависимость температуры внутренней границы канала ($\chi = 1$) будет иметь вид ломаной линии, т.е. кусочно-дифференцируемой функции, имеющей производную во всех точках ξ за исключением точки излома. Если мы доопределим значения, производные во всех точках излома, таким образом, что она будет равна нулю, если функция в точке излома меняет знак приращения, а в случае изменения наклона без изменения знака приращения в точке излома, будем считать, что производная в этой точке равна производной от функции при ее стремлении к точке излома слева.

Таким образом мы получили непрерывно дифференцируемые функции распределения температуры на границах канала.

Производная от кусочно-дифференцируемой функции является кусочно гладкой функцией, а в работе [14] показано, что любая кусочно гладкая функция может быть представлена в виде бесконечного ряда по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля, т. е. мы вправе использовать решения (10) в том случае, когда f_1 и f_2 являются кусочно-дифференцируемыми функциями, а наше дополнительное определение производных позволяет получить численные значения параметров теплообмена в исследуемой задаче.

Давайте рассмотрим теплообмен в конической щели при диффузном течении с параметрами: $\xi_0 = 20$, $Re = 10^4$, $\Theta_2 = 0$, $\alpha = 15^\circ$, $f_1 = 0$, а функция f_2 определяется выражениями:

$$f_2(\xi) = \begin{cases} b_1(\xi - \xi_0), & \xi_0 < \xi \leq \xi^*, \\ b_2(\xi - \xi_0), & \xi^* < \xi \leq \xi_0, \end{cases} \quad (16)$$

где $b_1 = 2.5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = -0.03$, $\xi^* = 40$.

Такое распределение температуры на границах канала может наблюдаться, когда корпус экструзионной головки поддерживается при постоянной температуре, а внутри дорна имеется при $T_1 > T_0$ источник теплоты, например, канал с горячим теплоносителем, а при $T_1 < T_0$ – сток теплоты, например, канал с хладагентом.

В рассматриваемом случае тепловой пограничный слой наиболее интенсивно разливается у внешней стенки канала ($\chi = 0$) (рис. 2а) вследствие большой начальной разности температур жидкости и стенки вблизи входа в канал. На внутренней границе канала ($\chi = 1$) тепловой пограничный слой развивается вследствие повышения безразмерной температуры стенки вдоль течения, а поскольку эта температура изменяется от нуля, т. е. температуры жидкости на входе в канал, то и развитие теплового пограничного слоя здесь происходит менее интенсивно (рис. 2а). Тепловые потоки на внешней границе также больше, чем на внутренней, но поскольку разность между среднemasсовой температурой потока $\bar{\Theta}$ и температурой внешней стенки меньше, чем эта разность для внутренней стенки (рис. 3а), локальное число Нуссельта вблизи входа в канал на внешней стенке меньше, чем на внутренней. Далее вдоль течения безразмерная температура на границе $\chi = 1$ достигает своего максимального значения и начинает линейно уменьшаться. Соответственно и безразмерный тепловой поток Nu_2^* , достигая своего максимального значения в точке излома графика температуры, начинает затем уменьшаться с уменьшением безразмерной температуры стенки, а когда безразмерная температура стенки становится меньше безразмерной температуры прилегающей к ней жидкости, тепловой поток на этой границе меняет знак и далее вдоль течения увеличивает по абсолютной величине (рис. 3б).

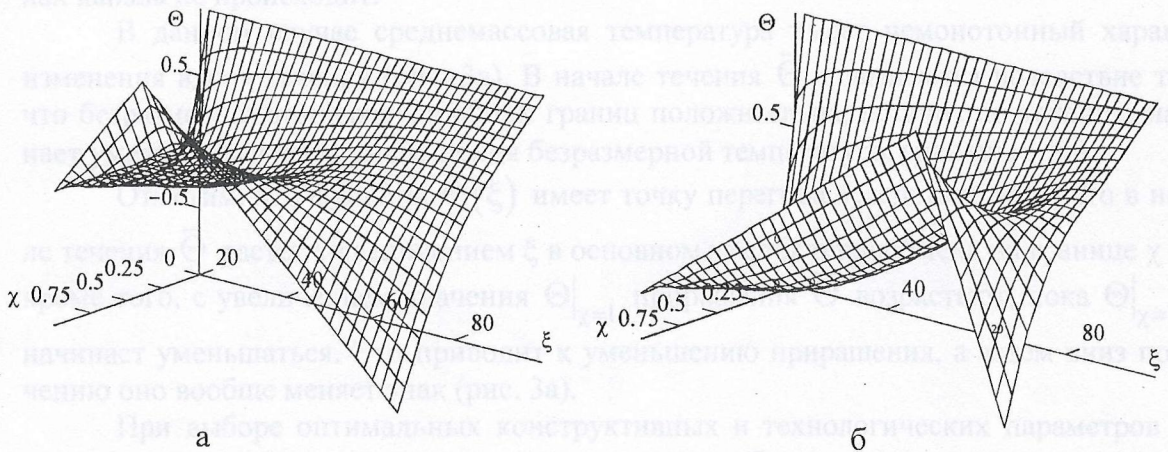


Рис. 2. Распределение безразмерной температуры в канале при теплообмене с параметрами: $\xi_0 = 20$, $Re = 10^4$, $\Theta_2 = 0$, $\alpha = 15^\circ$ и постоянной температурой границы $\chi = 0$, а на границе $\chi = 1$ изменение безразмерной температуры определяется выражением (16) с коэффициентами: (а) – $b_1 = 2.5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = -0.03$, $\xi^* = 40$; (б) – $b_1 = 0.016$, $b_2 = -0.06$, $\xi^* = 80$

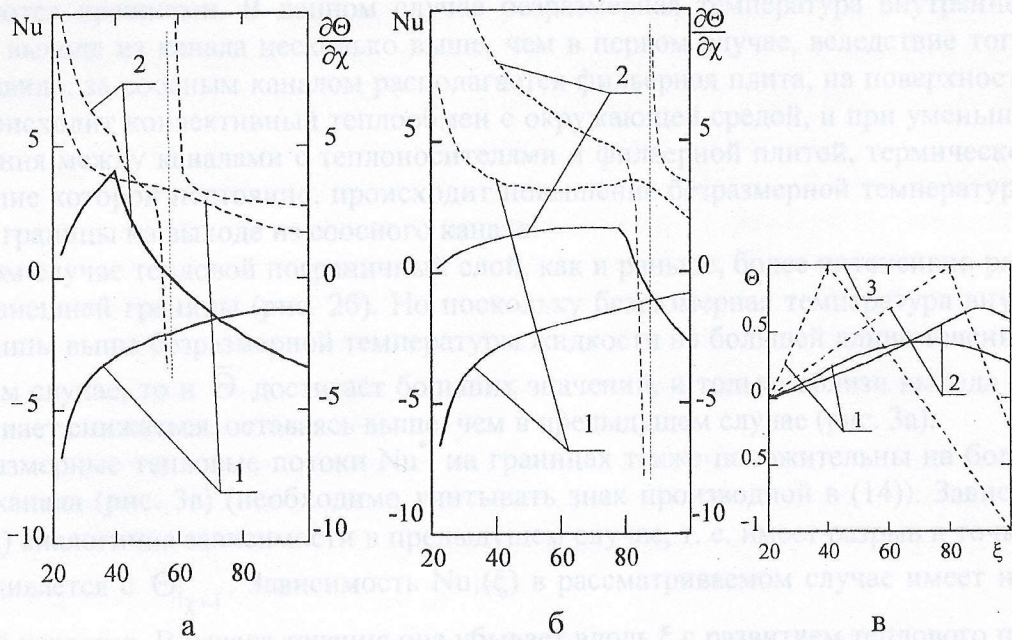


Рис. 3. Распределение вдоль течения с параметрами $\xi_0 = 20$, $Pe = 10^4$, $\Theta_2 = 0$, $\alpha = 15^\circ$ и постоянной температурой границы $\chi = 0$: (а, б) – чисел Нуссельта – штриховые линии, нормальных к границам безразмерных производных температуры – сплошные линии. (а) – для течения с распределением Θ , представленным на рис. 2а; (б) – на рис. 2б. 1 – для границы $\chi = 0$, 2 – $\chi = 1$; (в) – безразмерной среднемассовой температуры – сплошные линии, безразмерных температур границ – пунктирные линии. 1 – для течения с распределением Θ , представленным на рис. 2а, 2 – на рис. 2б; 3 – безразмерная температура границы $\chi = 0$

Зависимость числа Нуссельта от ξ – $Nu_2(\xi)$ в точке, где $\bar{\Theta}$ сравнивается с температурой стенки, терпит разрыв, а $Nu_1(\xi)$ монотонно уменьшается вдоль течения, но при этом числа Nu_i не достигает в пределах канала для исследуемых параметров своего предельного значения, равного 2 [9] (рис. 3б), т. е. стабилизации теплообмена в пределах канала не происходит.

В данном случае среднемассовая температура имеет немонотонный характер изменения вдоль течения (рис. 3а). В начале течения $\bar{\Theta}$ повышается вследствие того, что безразмерная температура обеих границ положительна, но вниз по течению начинает уменьшаться из-за уменьшения безразмерной температуры границы $\chi = 1$.

Отметим, что функция $\bar{\Theta}(\xi)$ имеет точку перегиба вследствие того, что в начале течения $\bar{\Theta}$ растет с увеличением ξ в основном за счет теплообмена на границе $\chi = 0$, кроме того, с увеличением значения $\Theta|_{\chi=1}$ приращения $\bar{\Theta}$ возрастают, пока $\Theta|_{\chi=1}$ не начинает уменьшаться. Это приводит к уменьшению приращения, а затем вниз по течению оно вообще меняет знак (рис. 3а).

При выборе оптимальных конструктивных и технологических параметров для синтеза и переработки полимерных материалов необходимы как качественные, так и количественные данные об изменении полей температуры расплава полимера в проточных каналах при изменении основных параметров конструкции и процесса. Поэтому давайте рассмотрим как повлияет на распределения поля температуры сдвиг канала с теплоносителем ближе к выходу из конического канала. При этом максимальная температура внутренней границы остается постоянной, а ее распределение определяется соотношением (16) с параметрами: $b_1 = 0.016$, $b_2 = -0.06$, $\xi^* = 80$. Все остальные пара-

метры остаются прежними. В данном случае безразмерная температура внутренней границы на выходе из канала несколько выше, чем в первом случае, вследствие того, что, как правило, за соосным каналом располагается фильтерная плита, на поверхности которой происходит конвективный теплообмен с окружающей средой, и при уменьшении расстояния между каналами с теплоносителями и фильтерной плитой, термическое сопротивление которой постоянно, происходит повышение безразмерной температуры внутренней границы на выходе из соосного канала.

В этом случае тепловой пограничный слой, как и раньше, более интенсивно развивается у внешней границы (рис. 2б). Но поскольку безразмерная температура внутренней границы выше безразмерной температуры жидкости на большей длине течения, чем в первом случае, то и $\bar{\Theta}$ достигает больших значений, и только вблизи выхода из канала начинает снижаться, оставаясь выше, чем в предыдущем случае (рис. 3а).

Безразмерные тепловые потоки Nu_i на границах также положительны на большей части канала (рис. 3в) (необходимо учитывать знак производной в (14)). Зависимость $Nu_2(\xi)$ аналогична зависимости в предыдущем случае, т. е. имеет разрыв в точке, где $\bar{\Theta}$ сравнивается с $\Theta|_{\chi=1}$. Зависимость $Nu_1(\xi)$ в рассматриваемом случае имеет немонотонный характер. В начале течения она убывает вдоль ξ с развитием теплового пограничного слоя, достигает своего минимума, а затем уменьшение разности $\bar{\Theta} - \Theta|_{\chi=0}$ начинает преобладать над уменьшением безразмерной нормальной производной от температуры на границе $\chi = 0$ вследствие вклада в увеличение $\bar{\Theta}$ теплообмена жидкости на границе $\chi = 1$. Но далее вдоль течения разность $\bar{\Theta} - \Theta|_{\chi=0}$ начинает увеличиваться по той же причине, и величина $Nu_1(\xi)$ снижается (рис. 3в).

В практике могут встречаться случаи, когда происходит изменение температуры на обеих границах. Рассмотрим некоторые из них. Пусть размеры канала и число Пекле останутся прежними, распределение безразмерной температуры на внешней границе задается линейной функцией $f_1(\xi) = -1.25 \cdot 10^{-2}(\xi - \xi_0)$, а на внутренней соотношением (16) с параметрами: $b_1 = 3.75 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = -5 \cdot 10^{-2}$, $\xi^* = 60$.

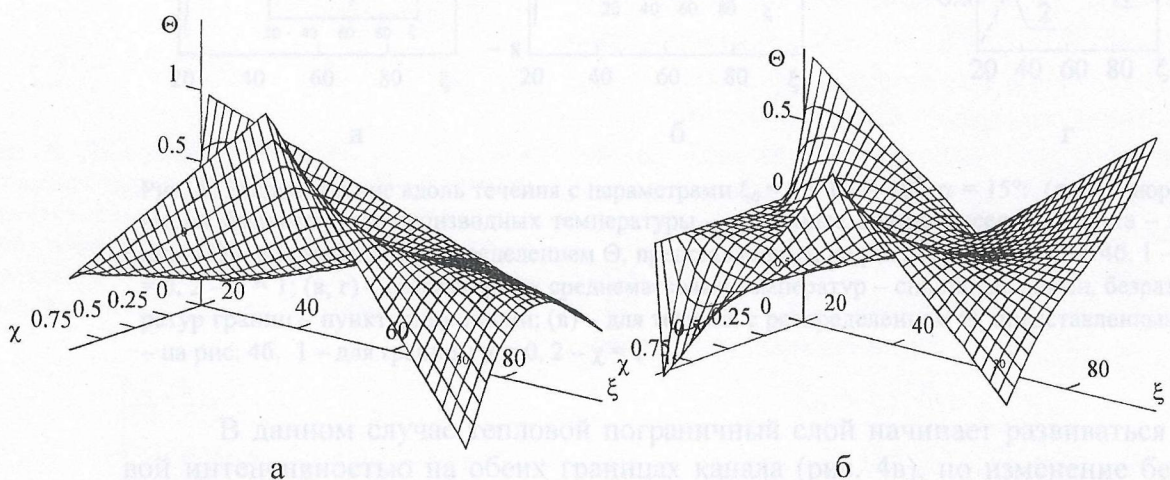


Рис. 4. Распределение безразмерной температуры в канале при теплообмене с параметрами: $\xi_0 = 20$, $Re = 10^4$, $\alpha = 15^\circ$. (а) – безразмерная температура границы $\chi = 0$ определяется функцией $f_1(\xi) = -1.25 \cdot 10^{-2}(\xi - \xi_0)$, а границы $\chi = 1$ зависимостью (16) с параметрами $b_1 = 3.75 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = -5 \cdot 10^{-2}$, $\xi^* = 60$ и $\Theta_2 = 0$; (б) – безразмерные температуры границ зависимостью (16) с $b'_1 = -2.5 \cdot 10^{-2}$, $b'_2 = 2.5 \cdot 10^{-2}$ на границе $\chi = 0$, а на границе $\chi = 1 - b_1 = 4.5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = -3.5 \cdot 10^{-2}$ и $\Theta_2 = -1$

Распределение безразмерной температуры в начале для этого случая показано на рис. 4а. Безразмерный тепловой поток на границе $\chi = 0$ уменьшается с развитием теплового пограничного слоя (рис. 5а), а на границе $\chi = 1$ увеличивается, начиная от 0 на входе. Вместе с развитием тепловых слоев растет и $\bar{\Theta}$ (рис. 5в).

Поскольку безразмерная температура на границе $\chi = 0$ монотонно уменьшается, на некотором расстоянии она становится меньше безразмерной температуры прилегающих слоев жидкости, вследствие чего изменяется направление теплового потока на этой границе, и далее вдоль течения он уменьшается по абсолютной величине (рис. 5б). На границе $\chi = 1$ поведение теплового потока аналогично ранее рассмотренным случаям. Зависимость $Nu_i(\xi)$ на обеих границах имеет разрывы, поскольку $\bar{\Theta}$ достигает температур обеих границ (рис. 5в).

Интересное распределение температуры получается в случае, когда температуры на обеих границах задаются ломаными линиями (16), с коэффициентами на границе $\chi = 0$ равными: $b'_1 = -2.5 \cdot 10^{-2}$, $b'_2 = 2.5 \cdot 10^2$, а на границе $\chi = 1$: $b_1 = 4.5 \cdot 10^{-2}$, $b_2 = -3.5 \cdot 10^{-2}$, для параметров $Pe = 10^4$, $\Theta_2 = -1$, $\xi_0 = 20$.

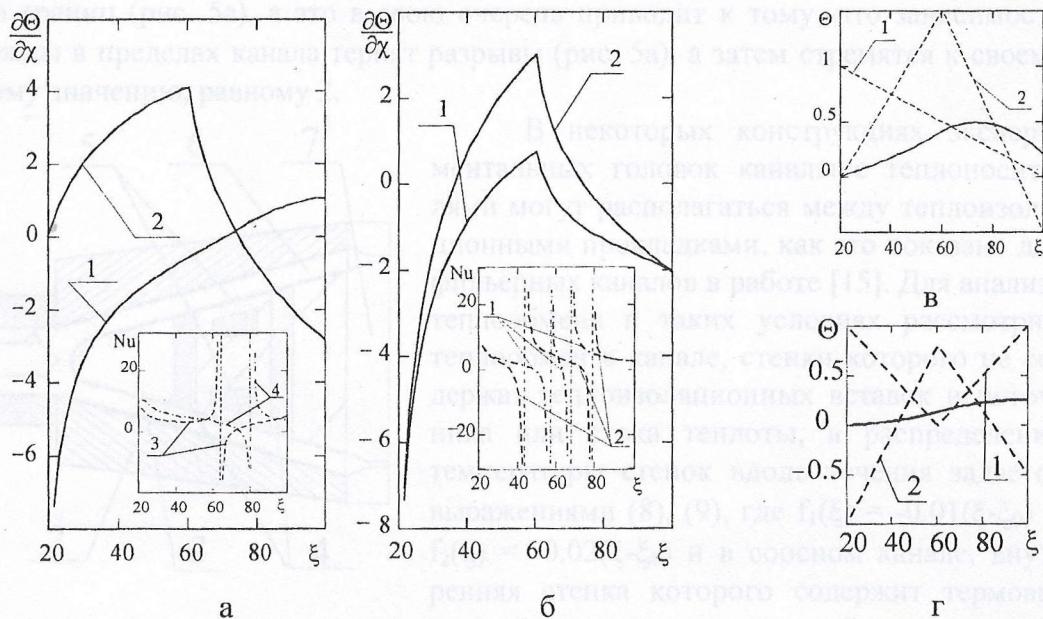


Рис. 5. Распределение вдоль течения с параметрами $\xi_0 = 20$, $Pe = 10^4$, $\alpha = 15^\circ$: (а, б) – нормальных к границам безразмерных производных температуры – сплошные линии, чисел Нуссельта – штриховые линии. (а) – для течения с распределением $\bar{\Theta}$, представленным на рис. 4а; (б) – на рис. 4б. 1 – для границы $\chi = 0$, 2 – $\chi = 1$; (в, г) – безразмерных среднемассовых температур – сплошные линии, безразмерных температур границ – пунктирные линии; (в) – для течения с распределением $\bar{\Theta}$, представленным на рис. 4а, (г) – на рис. 4б. 1 – для границы $\chi = 0$, 2 – $\chi = 1$

В данном случае тепловой пограничный слой начинает развиваться с одинаковой интенсивностью на обеих границах канала (рис. 4в), но изменение безразмерной температуры вблизи границ имеет разные знаки, поэтому $\bar{\Theta}$ у входа в канал близка к 0. Далее вдоль течения безразмерная температура на границе $\chi = 1$ уменьшается по абсолютной величине быстрее, чем на границе $\chi = 0$, и поэтому здесь быстрее уменьшается тепловой поток на границе (рис. 5в), а безразмерная температура жидкости при этом несколько возрастает (рис. 5а). Затем тепловые потоки на границах меняют свое на-

правление вследствие того, что значение безразмерной температуры границы $\chi = 0$ становится меньше температуры прилегающей жидкости, а границы $\chi = 1$ – больше (рис. 4б). Далее вдоль течения за координатой, где приращения температур на границах меняют знаки ($\xi = 60$), безразмерные тепловые потоки на границах уменьшаются по абсолютной величине, опять изменяют направление и стремятся к своим предельным зависимостям [9]:

$$Nu_i^*(\xi) = (-1)^i [\Theta_2 - 1 - (b_1 - b_2)(\xi - \xi_0)]. \quad (17)$$

Безразмерная среднемассовая температура при внутренних параметрах теплообмена практически достигает своей предельной зависимости []:

$$\bar{\Theta}(\xi) = \frac{\Theta_2 + 1}{2} + \frac{b_1 + b_2}{2}(\xi - \xi_0), \quad (18)$$

при этом значения $\bar{\Theta}$ дважды сравнивается со значениями безразмерных температур каждой из границ (рис. 5а), а это в свою очередь приводит к тому, что зависимости $Nu_i(\xi)$ дважды в пределах канала терпят разрывы (рис. 5а), а затем стремятся к своему предельному значению, равному 2.

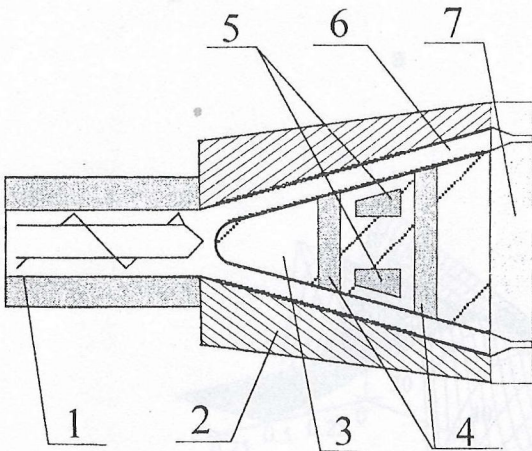


Рис. 6. Принципиальная схема экструзионной головки с дорном, содержащим термоактивный элемент. 1 – экструдер, 2 – корпус экструзионной головки, 3 – дорн, 4 – теплоизолирующие прокладки, 5 – канал с теплоносителем, 6 – соосный конический канал, 7 – фильтровая плита

В некоторых конструкциях экспериментальных головок каналы с теплоносителями могут располагаться между теплоизоляционными прокладками, как это показано для фильерных каналов в работе [15]. Для анализа теплообмена в таких условиях рассмотрим теплообмен в канале, стенки которого не содержат теплоизоляционных вставок и источника или стока теплоты, а распределение температуры стенок вдоль течения задается выражениями (8), (9), где $f_1(\xi) = -0.01(\xi - \xi_0)$ и $f_2(\xi) = -0.02(\xi - \xi_0)$ и в соосном канале, внутренняя стенка которого содержит термоактивный элемент, заключенный между теплоизоляционными вставками (рис. 6). Распределение температуры на внешней границе выберем такое же, как и в канале без вставок, а на внутренней границе распределение будет определяться выражениями:

$$f_2(\xi) = \begin{cases} a_1(\xi - \xi_0), & \xi_0 \leq \xi \leq \xi_2, \\ a_1(\xi_2 - \xi_0) + a_2(\xi - \xi_2), & \xi_2 \leq \xi \leq \xi_3, \\ a_1(\xi_2 - \xi_0) + a_2(\xi_3 - \xi_2), & \xi_3 \leq \xi \leq \xi_4, \\ a_1(\xi_2 - \xi_0) + a_2(\xi_3 - \xi_2) + a_3(\xi - \xi_4), & \xi_4 \leq \xi \leq \xi_5, \\ a_1(\xi_2 - \xi_0) + a_2(\xi_3 - \xi_2) + a_3(\xi_5 - \xi_4) + a_4(\xi - \xi_5), & \xi_5 \leq \xi \leq \xi_1, \end{cases} \quad (19)$$

где $a_1 = 3 \cdot 10^{-3}$, $a_2 = 0.24$, $a_3 = -0.3$, $a_4 = -5 \cdot 10^{-3}$, $\xi_0 = 20$, $\xi_1 = 100$, $\xi_2 = 45$, $\xi_3 = 50$, $\xi_4 = 80$, $\xi_5 = 85$.

Сравним особенности теплообмена в канале с однородными границами и в канале, внутренняя граница которого содержит термоактивный элемент для параметров $\Theta_2 = 0$, $Re = 10^4$, $\alpha = 15^\circ$, а затем рассмотрим влияние числа Пекле на теплообмен в канале с неоднородной границей.

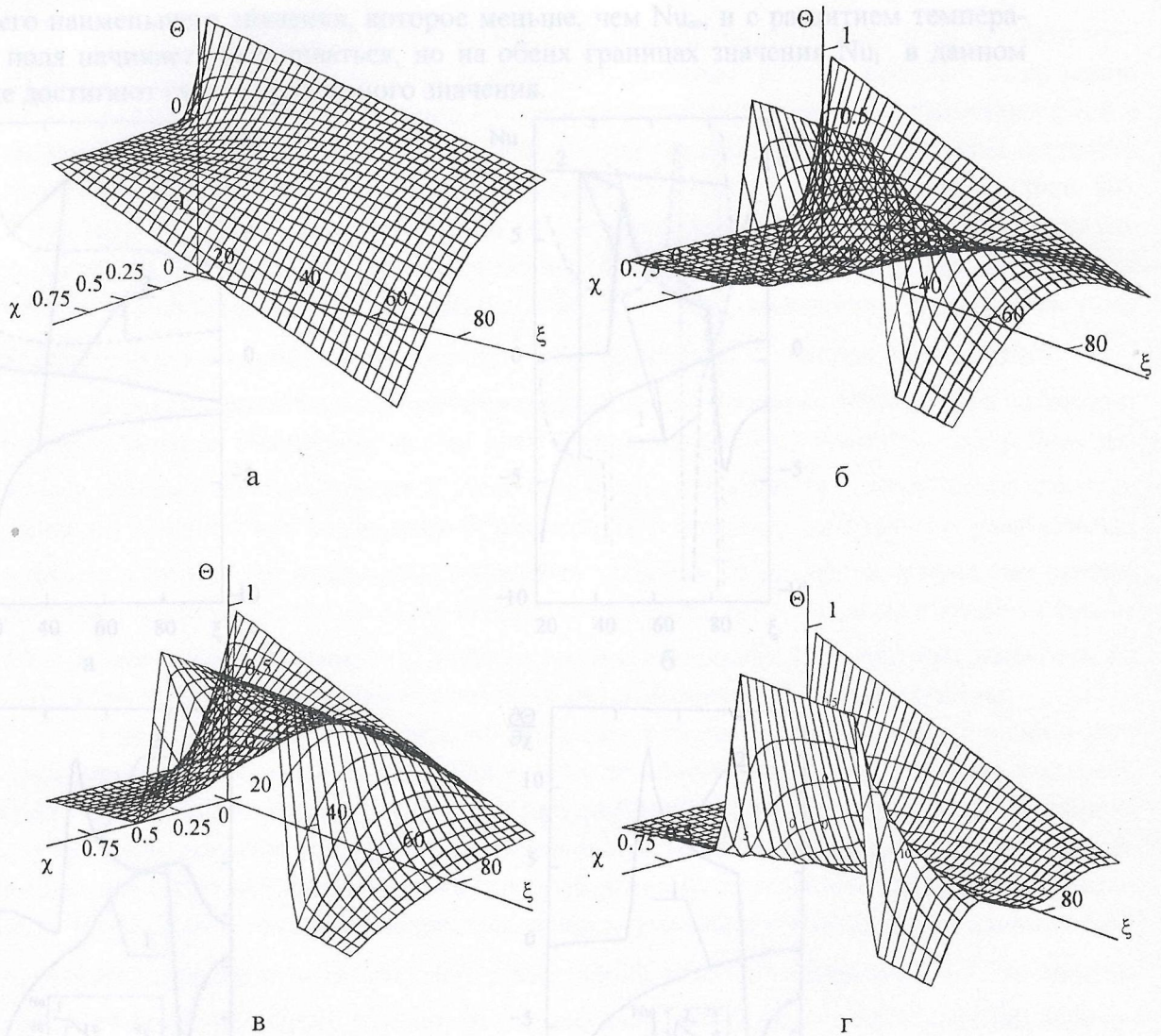


Рис. 7. Распределение безразмерной температуры в канале при теплообмене с параметрами: (а) – $\xi_0 = 20$, $Re = 10^4$, $\Theta_2 = 0$, $\alpha = 15^\circ$, а изменение безразмерных температур на границах определяется зависимостями $f_1(\xi) = -0.01(\xi - \xi_0)$ при $\chi = 0$, а при $\chi = 1 - f_2(\xi) = -0.02(\xi - \xi_0)$; (б) – $\xi_0 = 20$, $Re = 10^4$, $\Theta_2 = 0$, $\alpha = 15^\circ$, изменение безразмерной температуры на границе $\chi = 0$ прежние, а на $\chi = 1$ определяется выражением (19); (в) – все параметры аналогичны рис. (б) за исключением того, что $Re = 2 \cdot 10^3$; (г) – все параметры аналогичны рис. (б) за исключением того, что $Re = 7 \cdot 10^4$

Распределение температуры при течении в канале с однородными границами показано на рис. 7а. Тепловой пограничный слой более интенсивно развивается у внешней стенки канала (рис. 7а) вследствие большей начальной разности температур.

Здесь же наблюдаются наибольшие значения теплового потока (рис. 8а). Тепловой поток на границе $\chi = 1$ монотонно увеличивается по абсолютной величине с уменьшением безразмерной температуры стенки вдоль течения (рис. 8а). Числа Нуссельта Nu_i имеют немонотонный характер изменения вдоль канала (рис. 8а). В начале течения они уменьшаются с развитием теплового пограничного слоя, затем на границе $\chi = 0$ значения Nu_1 несколько возрастают вследствие уменьшения разности $\bar{\Theta} - \Theta|_{\chi=0}$ (рис. 8а) и затем начинают снижаться из-за установления теплообмена. Зависимость $Nu_2(\xi)$ достигает своего наименьшего значения, которое меньше, чем Nu_∞ , и с развитием температурного поля начинает увеличиваться, но на обеих границах значения Nu_i в данном случае не достигают своего предельного значения.

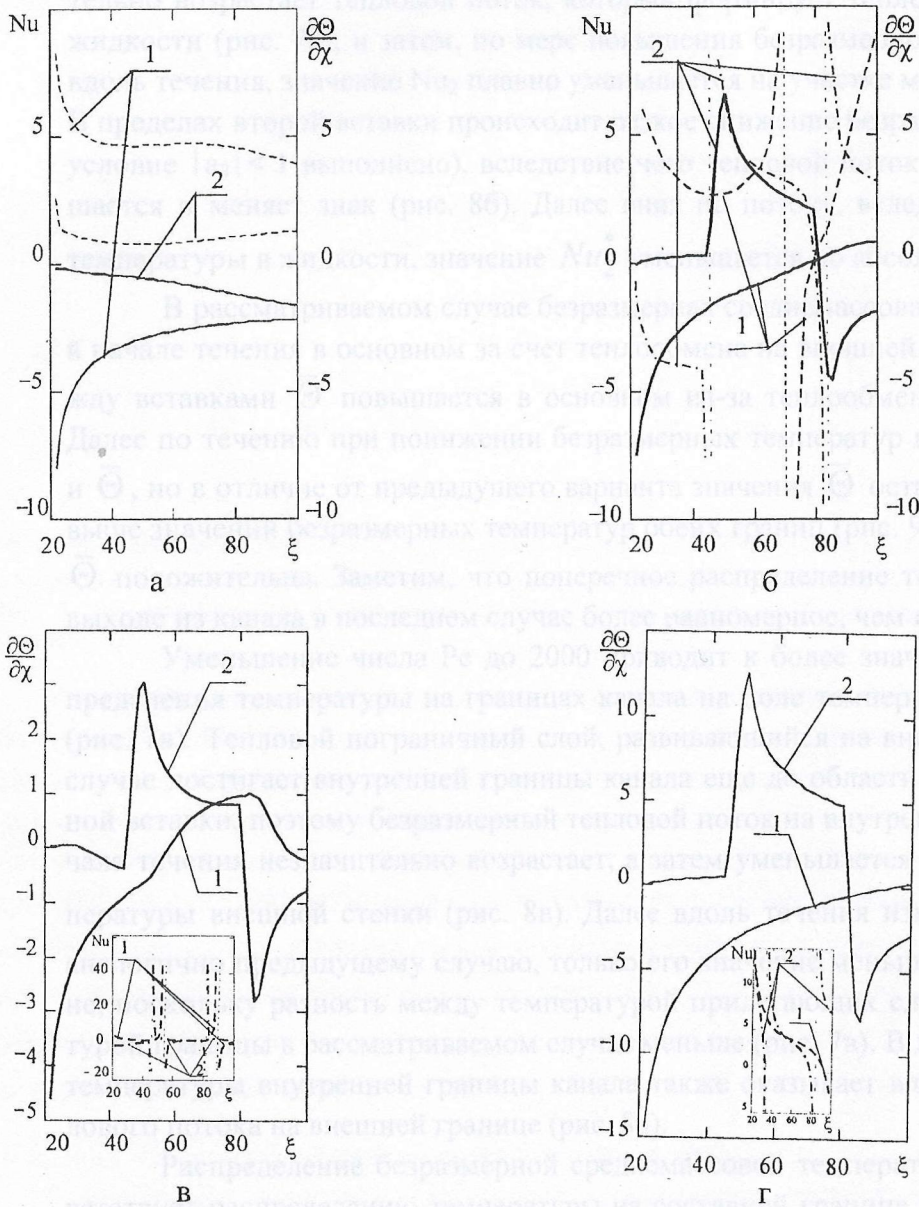


Рис. 8. Распределение вдоль течения безразмерных нормальных к границам производных от температуры – сплошные линии и чисел Нуссельта – штриховые и штрихпунктирные линии: (а) – для распределения температуры, представленного на рис. 7а; (б) – на рис. 7б; (в) – на рис. 7в; (г) – на рис. 7г. 1 – для границы $\chi = 0$, 2 – $\chi = 1$

При течении в канале, внутренняя граница которого содержит теплоактивный элемент, заключенный между теплоизолирующими вставками, изменение температуры внутренней стенки в начале течения незначительно, поэтому изменение температуры потока жидкости здесь происходит в основном у внешней стенки канала (рис. 7б). Здесь же наблюдаются и наибольшие значения теплового потока, которые по мере развития теплового пограничного слоя уменьшаются, и затем, с уменьшением безразмерной температуры внешней стенки вдоль течения, происходит обращение теплового потока (рис. 8б).

На внутренней стенке канала в районе первой теплоизолирующей вставки происходит значительное повышение температуры границы (рис. 9а), поэтому здесь значительно возрастает тепловой поток, который формирует тепловой пограничный слой в жидкости (рис. 7б), и затем, по мере повышения безразмерной температуры жидкости вдоль течения, значение Nu_2 плавно уменьшается на участке между вставками (рис. 8б). В пределах второй вставки происходит резкое снижение безразмерной температуры (но условие $|a_3| < 1$ выполнено), вследствие чего тепловой поток на границе резко уменьшается и меняет знак (рис. 8б). Далее вниз по потоку, вследствие перестройки поля температуры в жидкости, значение Nu_2^* уменьшается по абсолютной величине.

В рассматриваемом случае безразмерная среднемассовая температура возрастает в начале течения в основном за счет теплообмена на внешней границе, но в районе между вставками $\bar{\Theta}$ повышается в основном из-за теплообмена с внутренней стенкой. Далее по течению при понижении безразмерных температур на границах уменьшается и $\bar{\Theta}$, но в отличие от предыдущего варианта значения $\bar{\Theta}$ остаются, в пределах канала, выше значений безразмерных температур обеих границ (рис. 9а), и на выходе из канала $\bar{\Theta}$ положительна. Заметим, что поперечное распределение температуры жидкости на выходе из канала в последнем случае более равномерное, чем в предыдущем.

Уменьшение числа Re до 2000 приводит к более значительному влиянию распределения температуры на границах канала на поле температуры в потоке жидкости (рис. 7в). Тепловой пограничный слой, развивающийся на внешней границе, в данном случае достигает внутренней границы канала еще до области первой теплоизоляционной вставки, поэтому безразмерный тепловой поток на внутренней границе в самом начале течения незначительно возрастает, а затем уменьшается вследствие влияния температуры внешней стенки (рис. 8в). Далее вдоль течения изменение Nu_2^* во многом аналогично предыдущему случаю, только его значение меньше по абсолютной величине, поскольку разность между температурой прилегающих слоев жидкости и температурой границы в рассматриваемом случае меньше (рис. 7в). В данном случае изменение температуры внутренней границы канала также оказывает влияние на изменение теплового потока на внешней границе (рис. 8в).

Распределение безразмерной среднемассовой температуры вдоль течения соответствует распределению температуры на составной границе (рис. 9б), а для значений ξ , где $\bar{\Theta}$ пересекает графики распределения температуры на границах, зависимости $Nu_i(\xi)$ имеют разрывы (рис. 8в). Зависимости $Nu_i(\xi)$ не достигают на длине канала своих предельных значений, хотя в области между теплоизолирующими вставками были

близки к ним (рис. 8в), но возмущения, которые вносит в процесс теплообмена изменение температуры стенки $\chi = 1$, препятствуют его установлению.

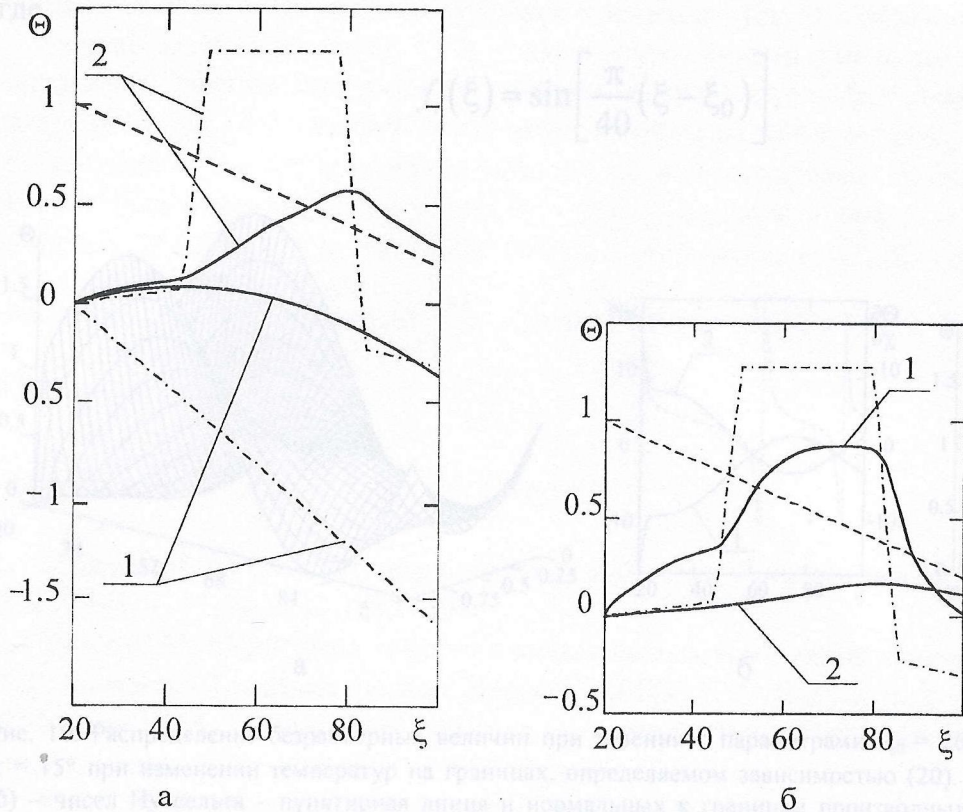


Рис. 9. Распределение вдоль течения безразмерной среднемассовой температуры – сплошные линии и безразмерных температур границ: пунктирная линия для границы $\chi = 0$, штрихпунктирная для границы $\chi = 1$. (а) – 1- для распределения температуры, представленного на рис. 7а, 2 – на рис. 8б; (б) – 1- на рис. 7в, 2- на рис. 7г

Увеличение числа Пекле уменьшает роль кондуктивного теплопереноса в процессе теплообмена и развитие теплового пограничного слоя происходит на большем расстоянии (рис. 7г). Безразмерные тепловые потоки на границах канала в данном случае имеют большую величину, чем в двух последних рассмотренных случаях (рис. 8г). Безразмерная среднемассовая температура как и ранее является немонотонной функцией продольной координаты, и на выходе из канала ее значение заключено между значениями безразмерных температур стенок вследствие того, что в данном случае $\bar{\Theta}$ не успевает достичь значения температуры на границе $\chi = 0$ за время пребывания жидкости в канале (рис. 9б) в отличие от предыдущего случая, где значение $\bar{\Theta}$ на выходе из канала также находится между значениями $\Theta|_{\chi=0}$ и $\Theta|_{\chi=1}$, но происходит это из-за уменьшения $\bar{\Theta}$ вследствие теплообмена на границе $\chi = 1$.

Современные технологии позволяют изготавливать экструзионные головки, в корпусе которых могут располагаться несколько каналов с теплоносителем или хладагентом [16]. Распределение температуры вдоль стенок каналов таких головок мы можем моделировать периодической функцией. Рассмотрим теплообмен в коническом коаксиальном канале при диффузорном течении для параметров: $Pe = 10^4$, $\alpha = 15^\circ$,

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОМЫШЛЕННОГО ОБОРУДОВАНИЯ

$\Theta_2 = 1$, а температурные изменения вдоль границ описываются выражениями (8), (9), где

$$f_i(\xi) = \sin \left[\frac{\pi}{40} (\xi - \xi_0) \right]. \quad (20)$$

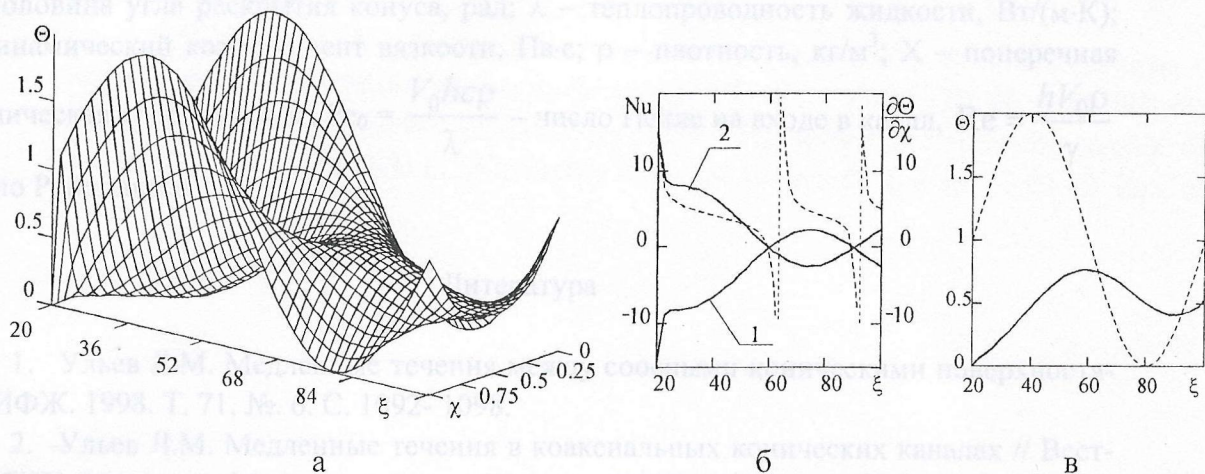


Рис. 10. Распределение безразмерных величин при течении с параметрами: $\xi_0 = 20$, $Pe = 10^4$, $\Theta_2 = 1$, $\alpha = 15^\circ$ при изменении температур на границах, определяемом зависимостью (20). (а) – температуры; (б) – чисел Нуссельта – пунктирная линия и нормальных к границам производных от температуры – сплошные линии, 1 – для границы $\chi = 0$, 2 – для границы $\chi = 1$; (в) – среднemasсовой температуры – сплошная линия и температуры границы – пунктирная

Распределение безразмерной температуры для заданных условий показано на рис. 10а. Тепловой пограничный слой развивается с одинаковой интенсивностью вблизи обеих границ. В самом начале течения при формировании этого слоя тепловые потоки на границах резко уменьшаются с ростом ξ (рис. 10б), но вследствие увеличения безразмерных температур границ значения безразмерных тепловых потоков Nu_i^* несколько стабилизируются. Далее по течению, после достижения максимума, безразмерная температура границ начинает падать, что приводит к снижению значений Nu_i^* и их обращению и т.д. Зависимости $Nu_i^*(\xi)$ также будут периодическими, причем они будут несколько опережать по фазе зависимости $f_i(\xi)$. Это происходит потому, что вследствие установления температурного поля максимальная нормальная к границе производная от температуры будет наблюдаться не в области наибольшего отклонения температуры, а несколько выше по течению (рис. 10).

Зависимость $\bar{\Theta}(\xi)$ также в данном случае будет периодической, но с отставанием по фазе от изменения температуры стенок (рис. 10), что вполне очевидно, т.к. влияние температуры границ распространяется вниз по потоку конвективным переносом.

Обозначения

a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$; c – удельная теплоёмкость, $\text{Дж}/\text{кг К}$;
 h – ширина канала, м ; P, P_0 – давление текущее и на входе, Па ; Q – объёмный расход, $\text{м}^3/\text{с}$; R – координата радиальная, м ; T, T_0 – температура текущая и на входе в канал, К ;
 T_1 – температура границы, образованной внешним конусом на входе в канал, К ; T_2 – температура границы, образованной внутренним конусом на входе в канал, К ; V, V_0 – скорость текущая и на входе в канал, $\text{м}/\text{с}$; x', y', z' – декартовы координаты, м ;
 α – половина угла раскрытия конуса, рад ; λ – теплопроводность жидкости, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$;
 γ – динамический коэффициент вязкости, $\text{Па}\cdot\text{с}$; ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$; X – поперечная биконическая координата, м ; $Re_0 = \frac{V_0 h c \rho}{\lambda}$ – число Пекле на входе в канал, $Re = \frac{h V_0 \rho}{\gamma}$ – число Рейнольдса.

Литература

1. Ульев Л.М. Медленные течения между соосными коническими поверхностями // ИФЖ. 1998. Т. 71, №. 6. С. 1092- 1098.
2. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. Механика. Машиностроение. Харьков, ХГПУ. 1997. Вып. 7. Ч. 2. С. 22-31.
3. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических щелях переменной ширины // Вестник ХГПУ. 1999. Вып. 34. С. 3-8.
4. Ульев Л.М. Теплообмен при медленном диффузорном течении жидкости в коаксиальных конических каналах // ТОХТ. 2000. Т. 34. № 1. С. 16 –24.
5. Ульев Л.М. Ламинарный теплообмен для четных граничных условий первого рода при диффузорном течении в коническом зазоре // Вестник ХГПУ. 1999. Вып. 47. С. 7-15.
6. Ульев Л.М. Ламинарный теплообмен для нечетных граничных условий первого рода при диффузорном течении в коническом зазоре // Информационные технологии: наука, техника, технология, здоровье. Сб. научн. трудов. ХГПУ. Выпуск 7. Часть 4. Харьков. ХГПУ. 1999. С. 110 – 118.
7. Ульев Л.М. Теплообмен при медленном диффузорном течении первого рода // Вестник ХГПУ. 1999. Вып. 56. С. 37-52.
8. Ульев Л.М. Теплообмен при медленном диффузорном течении в коаксиальном коническом канале с переменной температурой внутренней стенки канала // Сб. научн. трудов. “Авиационно-космическая техника и технология”. Вып. 9. Тепловые двигатели и энергоустановки. Харьков. ХАИ. 1999. С. 165 – 178.
9. Ульев Л.М. Ламинарный теплообмен при диффузорном течении в соосных конических зазорах для граничных условий первого рода с линейным изменением температуры стенок вдоль течения // Интегровані технології та енергосбереження. – 1999. № 4. С. 45 - 59 .
10. Ульев Л.М. Решение задачи ламинарного теплообмена для диффузорного течения в соосных конических каналах при произвольном непрерывном изменении температуры стенок вдоль течения // Вестник ХГПУ. 2000. Вып. 89. С. 81-88.

11. Гольдин А.М., Карамзин В.А. Гидродинамические основы процессов тонко-лойного сепарирования. М.: Агропромиздат, 1985. С. 264.
12. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Госиздат. тех. теор.лит. 1955. С. 520.
13. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия. 1967. С. 412.
14. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1. М.: Изд-во иностр. лит. 1958. С. 931.
15. Ульянов Л.М. // Неизотермическое течение расплавов термопластичных полимеров в коническо-цилиндрических фильерах // ТОХТ. 1996. Т. 30, №. 6. С. 583- 590.
16. А. с. № 1720868 СССР. Погружное устройство для гранулирования термопластов / Пономаренко В.Г., Житинкин А.А., Запорожец О.Л. и др. 23.03.92. Бил. № 11.

УДК 536.24: 532.135

Ульяев Л.М.

**ЛАМИНАРНИЙ ТЕПЛООБМІН ПРИ ТЕЧІЇ, ЩО РОЗХОДЖУЄТЬСЯ
В КОНІЧНОМУ ЗАОРІ С КУСКОВО-ДИФЕРЕНЦІЙНИМ РОЗПОДІЛОМ
ТЕМПЕРАТУРИ НА МЕЖАХ**

У даній роботі вивчається проблема конвективного теплообміну для дифузорної течії у співосному конічному каналі при завданні межових умов кусково-диференційної функції повздожної координати. Рішення одержано за допомогою методу розкладання за власними функціями в біконічних координатах. Визначені границі використання одержаного рішення. Проаналізовано декілька випадків течії та теплообміну у каналах екструзійних головок.