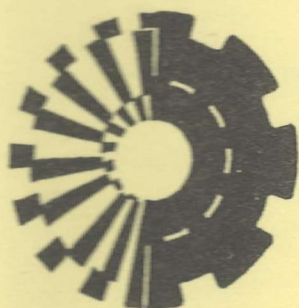


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
И НАУКИ УКРАИНЫ

ISSN 0453-7998

ISSN 0234-5110

# ВЕСТНИК



**Харьковского  
Государственного  
Политехнического  
Университета**

---

**Выпуск 123**

**ХГПУ 2000**

*Л.М. Ульев, канд. техн. наук*

## АППРОКСИМАЦИЯ ВЕЛИЧИНЫ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА НА ГРАНИЦЕ ФОРМУЮЩЕГО КАНАЛА

За допомогою аналітичного рішення задачі теплообміну формуючого каналу з оточенням, одержані прості залежності для обчислення теплового потоку на межі філь'єри, які можуть бути використані при чисельних розрахунках неізотермічної течії у філь'єрних каналах.

### Введение

При производстве и переработке термопластичных материалов экструзионным способом расплавы полимеров продавливаются через тонкие формующие каналы – фильеры, которые для производства стренг, стержней и гранул имеют цилиндрическую форму. Поскольку расплавы термопластичных полимеров это, как правило, высоковязкие жидкости с резкой зависимостью вязкости от температуры, то из-за этого технологические и конструкционные параметры процесса форматирования в значительной степени зависят от характера теплообмена между потоком расплава в формующем канале и окружающей средой [1, 2].

Для детального определения влияния теплообмена расплава с окружающей средой на параметры течения необходимо решать сопряженную задачу теплообмена в корпусе формующего устройства и потоке расплава, что требует создания и применения итерационных методов расчета. Развитие итерационных методов вычисления сопряженных температурных полей в элементах оборудования и потоке расплава, учитывая, что последнее также должно быть решением нелинейной, сопряженной по вязкости задачи конвективного теплообмена, в свою очередь требует больших средств и ресурсов. Поэтому в данной работе мы определим приближенное выражение для расчета теплового потока на границе формующего канала, расположенного в фильерной плите.

При производстве химических волокон, полимерных жгутов или в случае подводного гранулирования количество формующих каналов в фильерной плите может насчитываться от нескольких десятков до нескольких сот и даже тысяч. Каждый такой канал, если он не является крайним, окружен другими каналами (рис. 1), и в случае

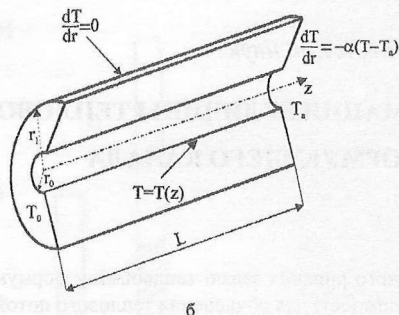
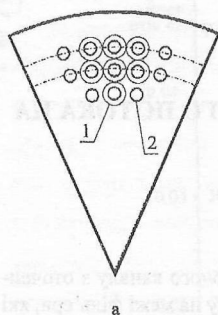


Рис. 1. Геометрия фильерного канала: а – сектор фильерной плиты; 1 – входное отверстие заходного конуса, 2 – формирующий канал; б – продольный разрез формирующего канала:  $r_1$  – половина расстояния между двумя соседними фильерами

рическая поверхность, на которой нормальная составляющая теплового потока равна нулю. В дальнейших расчетах мы будем предполагать, что эта поверхность является круглым цилиндром, радиус которого равен радиусу входного отверстия конической части фильеры (рис. 1).

### Математическая постановка задачи и решение

При течении расплавов полимеров в фильерных каналах большое влияние на распределение температуры оказывает диссипация механической энергии [1, 2]. Поэтому мы будем считать, что распределение температуры на поверхности канала  $T = f(z)$  может определяться произвольной непрерывной функцией  $T = f(z)$ . Температуру фильерной плиты на входе в канал будем считать равной температуре набегающего расплава  $T_0$ , а на выходе из фильеры будем считать, что осуществляется конвективный теплообмен. Действительно, при экструзии в атмосферу теплота с внешней стороны фильерной плиты будет сниматься за счет свободной конвекции, а при погружном гранулировании – за счет конвективного теплообмена с потоком воды, уносящей гранулы.

В результате сделанных предположений решение задачи будем выполнять в области, показанной на рис.1б. Вводя безразмерные переменные  $\xi = \frac{r}{r_0}$ ,  $\chi = \frac{z}{L}$

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_a - T_0}, \text{ уравнение теплообмена для аксиально-симметричного распределения температуры и граничные условия запишутся, как:}$$

устойчивого режима работы теплообмен между потоками расплава в формирующих каналах должен отсутствовать, вследствие равенства параметров потоков в каналах. Это говорит о том, что вокруг каждого такого канала существует цилиндрическая поверхность, на которой нормальная составляющая теплового потока равна нулю. В дальнейших расчетах мы будем предполагать, что эта поверхность является круглым цилиндром, радиус которого равен радиусу входного отверстия конической части фильеры (рис. 1).

устойчивого режима работы теплообмен между потоками расплава в формирующих каналах должен отсутствовать, вследствие равенства параметров потоков в каналах. Это говорит о том, что вокруг каждого такого канала существует цилиндрическая поверхность, на которой нормальная составляющая теплового потока равна нулю. В дальнейших расчетах мы будем предполагать, что эта поверхность является круглым цилиндром, радиус которого равен радиусу входного отверстия конической части фильеры (рис. 1).

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 \xi}{\partial \chi^2} = 0, \quad (1)$$

$$\Theta = \varphi(\chi), \quad \xi = \xi_0 = \frac{r_0}{L}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0, \quad \xi = \xi_1 = \frac{r_1}{L}, \quad (3)$$

$$\Theta = 0, \quad \chi = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} = -\text{Bi}(\Theta - 1), \quad \chi = 1, \quad (5)$$

где  $\varphi(\chi)$  - произвольная функция с кусочно-дифференцируемой первой производной и удовлетворяющая условию согласованности  $\varphi(0) = 0$ ,  $\text{Bi} = \frac{\alpha L}{\lambda}$  - критерий Био,  $T_a$  - температура окружающей среды с внешней стороны фильтровой плиты, т.е. для координаты  $\chi = 1$ .

Для получения решения задачи (1) - (5) представим его в виде суперпозиции двух решений

$$\Theta(\xi, \chi) = \Xi_1(\xi, \chi) + \Xi_2(\xi, \chi), \quad (6)$$

удовлетворяющих граничным условиям:

задача 1	задача 2	
$\Xi_1 = 0,$	$\Xi_2 = \varphi(\chi),$	$\xi = \xi_0,$
		(7)

$\frac{\partial \Xi_1}{\partial \xi} = 0$	$\frac{\partial \Xi_2}{\partial \xi} = 0,$	$\xi = \xi_1,$
		(8)

$\Xi_1 = 0,$	$\Xi_2 = 0,$	$\chi = 0,$
		(9)

$\frac{\partial \Xi_1}{\partial \xi} = -\text{Bi}(\Xi_1 - 1),$	$\frac{\partial \Xi_2}{\partial \xi} = -\text{Bi}\Xi_2,$	$\chi = 1,$
		(10)

соответственно.

Далее, производя замену зависимой переменной в задаче 2  $\Xi_2 = \Phi(\xi, \chi) + \varphi(\chi)$ , мы получим для  $\Phi$  уравнение:

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \chi^2} + \frac{\partial^2 \varphi(\chi)}{\partial \chi^2} = 0, \quad (11)$$

с граничными условиями, однородными на границах  $\xi = \xi_0$  и  $\xi = \xi_1$ :

$$\Phi = 0, \quad \xi = \xi_0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = 0, \quad \xi = \xi_1, \quad (13)$$

$$\Phi = 0, \quad \chi = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \chi} = -\frac{\partial \varphi}{\partial \chi} - \text{Bi}[\Phi + \varphi(\chi)], \quad \chi = 1. \quad (15)$$

Решать задачу 1, т.е. задачу (1), (7) - (10) для  $\Xi_1$ , будем методом разделения переменных, а задачи (11) - (15) для  $\Phi$  - методом разложения по собственным функциям. Для этого представим решения этих задач в виде:

$$\Xi_1 = X_1(\chi) \Psi_1(\xi), \quad (16)$$

$$\Phi = X_2(\chi) \Psi_2(\xi), \quad (17)$$

и разделяя переменные в уравнении (1) и однородной части уравнения (11), мы приходим к идентичным задачам Штурма-Лиувилля, т.е. собственные функции и собственные числа задач 1 и 2 совпадают. Собственные функции будут равны [3]:

$$\Psi_n(\xi) = J_0(\mu_n \xi) Y_0(\mu_n \xi_0) - J_0(\mu_n \xi_0) Y_0(\mu_n \xi), \quad (18)$$

где  $J_0(\mu_n \xi)$ ,  $Y_0(\mu_n \xi)$  - цилиндрические функции первого и второго рода и нулевого порядка [4]. Легко показать, что  $\Psi_n(\xi)$  ортогональны на отрезке  $[\xi_0, \xi_1]$  с весом  $\xi$ .

Собственные значения будут определяться с помощью уравнения, получаемого из граничных условий (7), (8) или (12), (13):

$$J_0(\mu_n \xi_0) Y_1(\mu_n \xi_1) - J_1(\mu_n \xi_1) Y_0(\mu_n \xi_0) = 0. \quad (19)$$

Квадрат нормы собственных функций определим, следуя методу, изложенному в [5]:

$$\|\Psi_n\|^2 = \frac{\mu_n^2 \xi_1^2 \Psi_n^2(\xi_1) - 4}{2\mu_n^2}, \quad (20)$$

и после этого получаем общее решение задачи (1) - (5) в виде:

$$\Theta(\xi, \chi) = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Psi_n(\xi)}{\mu_n^2 \xi_1^2 \Psi_n^2(\xi_1) - 4} \left[ \frac{\text{sh} \mu_n \chi (\text{I}_n - \text{Bi})}{\mu_n \text{ch} \mu_n + \text{Bi sh} \mu_n} - \text{I}_{2n} \right] + \varphi(\chi), \quad (21)$$

$$\text{где } \text{I}_n = \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1} + \text{Bi} \varphi(1) + \int_0^1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} \left\{ \frac{\text{Bi}}{\mu_n} \text{sh}[\mu_n(\tau-1)] - \text{ch}[\mu_n(\tau-1)] \right\} d\tau,$$

$$\text{I}_{2n} = \frac{1}{\mu_n} \int_0^{\chi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} \text{sh}[\mu_n(\tau-\chi)] d\tau.$$

В верности решения убеждаемся непосредственной его подстановкой в уравнение (1) и граничные условия (2) - (5).

Зависимость безразмерного теплового потока на границе  $\xi = \xi_0$  от  $\chi$  получим, дифференцируя (21) по  $\xi$ :

$$q_0(\chi) = \frac{d\Theta}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_0} = \frac{8}{\xi_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2 \xi_1^2 \Psi_n^2(\xi_1) - 4} \left[ \frac{\text{sh} \mu_n \chi (\Pi_n - \text{Bi})}{\mu_n \text{ch} \mu_n + \text{Bi sh} \mu_n} - I_{2n} \right]. \quad (22)$$

Если в качестве функции  $\varphi$  выбрать линейную функцию  $\varphi(\chi) = a\chi$ , то (21) и (22) примут вид:

$$\Theta^*(\xi, \chi) = 4 \left[ a + (a-1) \text{Bi} \right] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Psi_n(\xi) \text{sh} \mu_n \chi}{\left[ \mu_n^2 \xi_1^2 \Psi_n^2(\xi_1) - 4 \right] (\mu_n \text{ch} \mu_n + \text{Bi sh} \mu_n)} + a\chi, \quad (23)$$

$$q_0^*(\chi) = -\frac{8}{\xi_0} \left[ a + (a-1) \text{Bi} \right] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{sh} \mu_n \chi}{\left[ \mu_n^2 \xi_1^2 \Psi_n^2(\xi_1) - 4 \right] (\mu_n \text{ch} \mu_n + \text{Bi sh} \mu_n)}. \quad (24)$$

Выбирая другие зависимости для  $\varphi$ , мы можем получить и для них аналогичные выражения.

Решение задачи определяется четырьмя параметрами:  $\xi_0$ ,  $\xi_1$ ,  $\text{Bi}$  и зависимостью  $\varphi(\chi)$ .

Сначала давайте рассмотрим распределение температуры и теплового потока на границе  $\xi_0$  при  $\varphi(\chi) = 0$  и параметрах  $\xi_0 = 0.05$ ,  $\xi_1 = 0.5$ ,  $\text{Bi} = 2$ .

Распределение безразмерной температуры для этого случая представлено на рис. 2а. Безразмерная температура увеличивается вдоль координаты  $\chi$  вследствие теплообмена на границе  $\chi = 1$ . По этой же причине растет безразмерный тепловой поток на границе  $\xi_0$  (рис. 2б).

Мы можем формально записать для теплового потока на границе  $\xi_0$  условие Ньютона, как:

$$q(\chi) = -\text{Bi}'(\chi) \left( \Theta \Big|_{\xi=\xi_0} - \Theta_a \right) = -\text{Bi}'(\chi) (\varphi(\chi) - 1) = \text{Bi}'(\chi), \quad (25)$$

где  $\text{Bi}'$  — число Био, которое определяется термическим сопротивлением между текущей координатой поверхности и границей фильтровой доски  $\chi = 1$ . Понятно, что при росте  $\chi$  термическое сопротивление уменьшается и тепловой поток возрастает. С другой стороны мы, также формально, можем записать условие Ньютона для теплообмена между поверхностями  $\xi = \xi_0$  и  $\xi = \xi_1$ :

$$q(\chi) = -\text{Bi}''(\chi) \left( \Theta \Big|_{\xi=\xi_0} - \Theta \Big|_{\xi=\xi_1} \right). \quad (26)$$

В данном случае число Био будет постоянной величиной и определится соотношением:

$$Bi^* = \frac{L}{\lambda} K = \frac{L}{\lambda} \frac{\lambda}{r_0 \ln \frac{r_1}{r_0}} = \frac{1}{\xi_0 \ln \frac{\xi_1}{\xi_0}}, \quad (27)$$

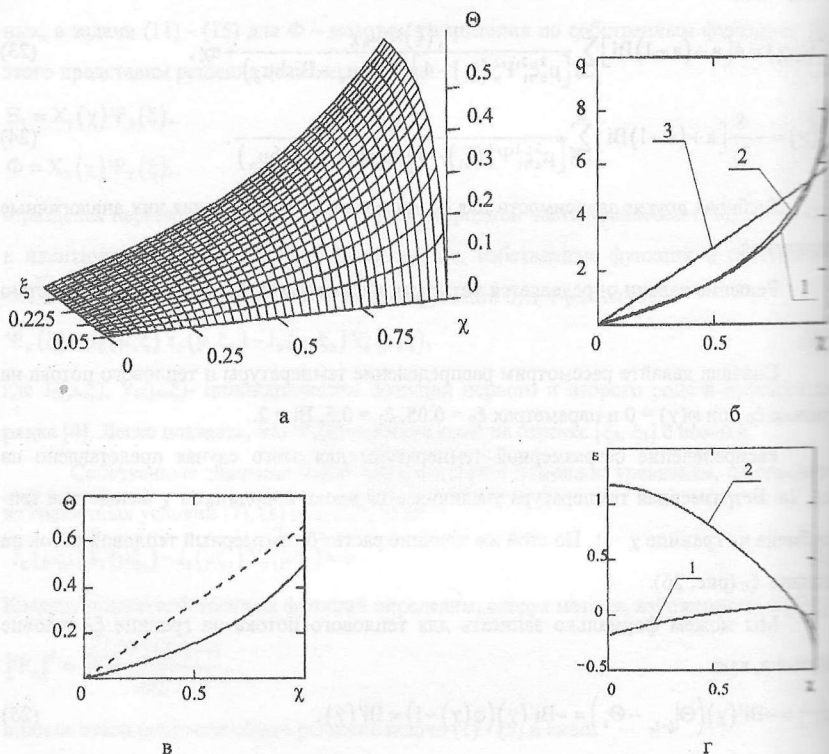


Рис. 2. Распределения безразмерных величин для постоянной температуры стенки формирующего канала: а – температуры в фильерной плите; б – теплового потока на стенке формирующего канала; 1 – получение по формуле (24); 2 – (30); 3 – (29); в – температуры в фильерной плите вдоль поверхности  $\xi = \xi_1$ ; сплошная линия по зависимости (23), пунктирная – по (28); г – среднеквадратичное отклонение между: 1 (30) и (24); 2 – (29) и (24).  $\xi_0 = 0.05$ ,  $\xi_1 = 0.5$ ,  $Bi = 2$

а рост безразмерного теплового потока вдоль  $\chi$  будет обуславливаться увеличением безразмерной температуры на границе  $\xi = \xi_1$ .

При получении аппроксимационной зависимости для  $\left. \frac{d\Theta}{d\xi} \right|_{\xi=\xi_0}$  мы воспользуемся

выражением (26), в котором распределение температуры на границе  $\xi_1$  будем опре-

лать из решения стационарной задачи теплообмена в плоской пластине (фильерной плите) с граничными условиями (4) и (5), т.е. температура на границе  $\xi = \xi_1$  будет задаваться следующим соотношением:

$$\Theta|_{\xi=\xi_1} = \frac{Bi\chi}{1+Bi}, \quad (28)$$

а выражение (26) запишется, как:

$$\frac{d\Theta}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_0} = - \frac{\varphi(\chi) - \frac{Bi\chi}{1+Bi}}{\xi_0 \ln \frac{\xi_1}{\xi_0}}. \quad (29)$$

Понятно, что соотношение (29) вряд ли будет адекватно выражению (22) в широком диапазоне изменения параметров задачи, поэтому мы ввели корректирующий множитель, который определили с помощью статистической обработки значений, полученных для различных параметров модели (21), (22). Обработка проводилась для функций  $\varphi(\chi)$  различного вида, но в случае немонотонной зависимости  $\varphi(\chi)$  выбирались такие функции, что их максимальное отклонение не превышало по абсолютной величине 0.3.

В итоге соотношение для аппроксимации теплового потока на границе формулирующего канала имеет вид:

$$\frac{d\Theta}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_0} = \frac{\varphi(\chi) - \frac{Bi\chi}{1+Bi}}{\xi_0 \ln \frac{\xi_1}{\xi_0} \left[ 2.1 + (10^{-2}Bi^2 + 0.4Bi + 1)^{-1} - 1.8\chi \right] (3\xi_1^2 - 4.7\xi_1 + 2.6)}. \quad (30)$$

Для уже рассмотренного варианта теплообмена соответственно (30), как видно из рис. 2б, показывает хорошее согласие с выражением (22).

### Обсуждение результатов

Рассмотрим теплообмен при линейно изменяющейся температуре стенки фильеры  $\varphi(\chi)$  и прежними остальными параметрами. При  $T_a < T_0$  размерная температура стенки канала, при выбранной функции  $\varphi$ , будет увеличиваться, что может вызываться, например, диссипацией механической энергии. Распределение безразмерной температуры в фильерной плите показано на рис. 3а. На рис. 3б видно, что распределение безразмерного теплового потока на стенке канала в этом случае достаточно хорошо аппроксимируется выражением (30).



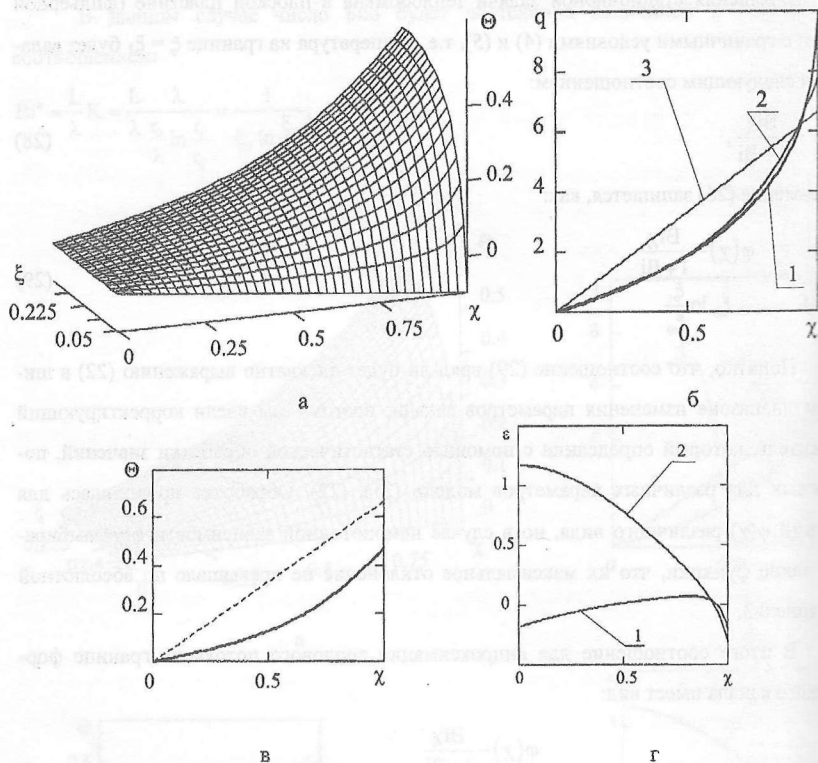


Рис. 3. Распределения безразмерных величин при линейном изменении температуры стенки формирующего канала вдоль течения ( $\varphi(\chi) = -0.1\chi$ ): а – температуры в фильерной плите; б – теплового потока на стенке формирующего канала; 1 – полученное с помощью выражения (24); 2 – (30); 3 – (29); в – температуры в фильерной плите вдоль поверхности  $\xi = \xi_1$ ; сплошная линия – по зависимости (21), пунктирная – по (25); г – среднеквадратичное отклонение между: 1 – (30) и (24); 2 – (29) и (24).  $\xi_0 = 0.05$ ,  $\xi_1 = 0.5$ ,  $Bi = 2$

Для того, чтобы получить полный безразмерный тепловой поток на границе канала мы должны проинтегрировать величину (22) по всей поверхности  $\xi = \xi_0$ , т.е.:

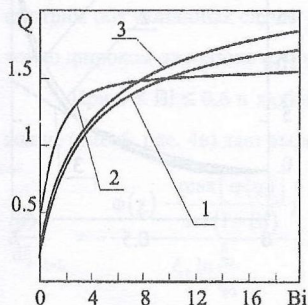
$$Q_0 = 2\pi\xi_0 \int_0^1 q_0(\chi) d\chi. \quad (31)$$

Подставляя в (31) вместо  $q_0$  значения (29) или (30), мы получим соответствующие приближенные значения для определения интегрального безразмерного теплового потока (рис. 4а). Мы видим, что практически для всех исследованных чисел  $Bi$  интегральный тепловой поток лучше аппроксимируется с помощью выражения (30).

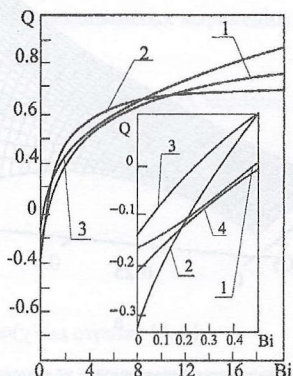
Рассмотрим теплообмен при немонотонном распределении температуры вдоль канала. При выборе функции распределения температуры достаточно разумным пред-

положением будет предположение о том, что она имеет только один экстремум в пределах изменения длины канала. Например, это может быть квадратичная зависимость:

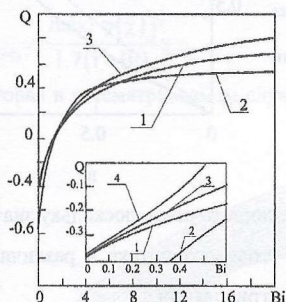
$$\varphi(\chi) = b\chi^2 + c\chi. \quad (32)$$



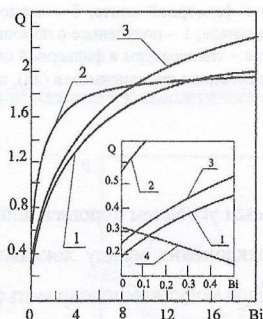
а



б



в



г

Рис. 4. Зависимость безразмерного интегрального теплового потока через стенку формирующего канала от числа Био: а – для линейной зависимости ( $\varphi(\chi) = -0.2\chi$ ); б – для зависимости (32); в – (33); г – (36). 1 – интегральный поток, вычисленный с помощью (22); 2 – (29); 3 – (30); 4 – (34).  $\xi_0 = 0.05$ ,  $\xi_1 = 0.5$  для всех представленных на рисунке случаев

Распределения температуры в фильерной плите и теплового потока на границе  $\xi_0$  представлены на рис. 5 для параметров:  $b = -1$ ,  $c = 0.9$ ,  $Bi = 20$ ,  $\xi_0 = 0.05$ ,  $\xi_1 = 0.5$ . Мы видим достаточно хорошее согласие между точным аналитическим выражением, определяющим величину теплового потока на границе  $\xi_0$  (22), и приближением (30).

Сравнение полных безразмерных тепловых потоков на стенке канала также показывает хорошее согласие как между (22) и (29), так и между (22) и (30) при  $Bi \geq 0.6$ . Однако совершенно понятно, что согласие между интегральными потоками является

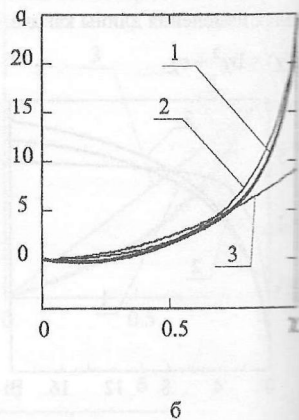
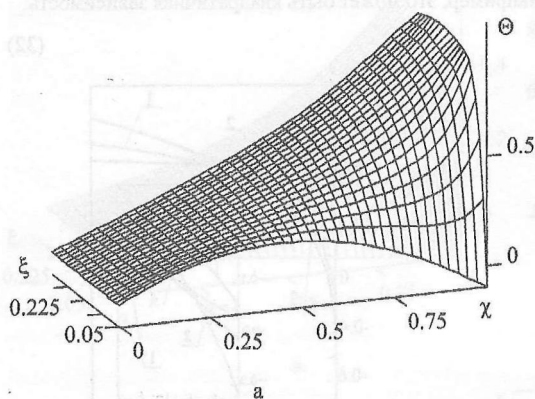
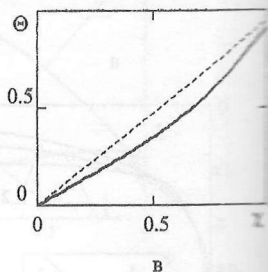


Рис. 5. Распределения безразмерных величин при квадратичном изменении температуры стенки формирующего канала вдоль течения (31) с параметрами:  $b = -1$ ;  $c = 0.9$  и  $Bi = 20$ ,  $\xi_0 = 0.05$ ,  $\xi_1 = 0.5$  а – температуры в фильерной плите; б – теплового потока на стенке формирующего канала; 1 – полученное с помощью выражения (24); 2 – (30); 3 – (29); в – температуры в фильерной плите вдоль поверхности  $\xi = \xi_1$ ; сплошная линия по зависимости (23), пунктирная – по (28)



необходимым условием хорошей аппроксимации, но не достаточным, поскольку значительные отклонения между локальными значениями теплового потока в различных частях канала могут компенсировать друг друга при интегрировании.

Но не для всех случаев теплообмена выражение (30) дает хорошее приближение. Происходит это, например, при немонотонной, положительно определенной функции  $\varphi(\chi)$  с максимальным отклонением на отрезке  $[0, 1]$ , превосходящем значение 0.3, и малых величинах чисел Био. В этом случае для величин  $0.6 \leq Bi \leq 3$  и любых практически интересных значений  $\xi_0$  и  $\xi_1$  хорошее приближение дает выражение (29).

При распределении, определяемом зависимостью:

$$\varphi(\chi) = 4 \left[ \exp \left( \frac{\chi^2}{1 + 21\chi^4} \right) - 1 \right], \quad (33)$$

безразмерная температура стенки канала увеличивается вдоль канала, достигает своего максимального значения  $\approx 0.5$ , а затем уменьшается до значения  $\sim 0.2$ . Такое распределение температуры при  $T_a < T_0$  может быть вызвано наличием внутренних стоков теп-

лоты, что мало вероятно в случае формирования полимеров, а при  $T_a > T_0$  – внутренними источниками теплоты, например диссипацией механической энергии. Несмотря на то, что течение с  $T_a > T_0$  практически не встречается при формировании полимеров, мы рассмотрим оба указанных случая для получения аппроксимационных выражений в достаточно широком диапазоне изменения параметров задачи.

При  $0 \leq Bi \leq 0.6$  и любой зависимости  $\varphi(\chi)$ , аналогичной (32), хорошее приближение (рис. 6, рис. 4в) дает выражение:

$$\left. \frac{d\Theta}{d\xi} \right|_{\xi=\xi_0} = - \frac{\varphi(\chi) - \frac{\max[\varphi(\chi)]}{1.7(1-Bi)} \chi}{\xi_0 \ln \frac{\xi_1}{\xi_0}}, \quad (34)$$

где  $\max[\varphi(\chi)]$  – максимальное значение функции  $\varphi(\chi)$  на отрезке  $[0, 1]$ .

Выражение (34) подобно (29), в котором распределение температуры на границе  $\xi = \xi_1$ , задаваемое (28), заменено на зависимость:

$$\Theta|_{\xi=\xi_0} = \frac{\max[\varphi(\chi)]}{1.7(1-Bi)} \chi, \quad (35)$$

которая в рассматриваемом случае дает лучшее приближение к аналитическому реше-

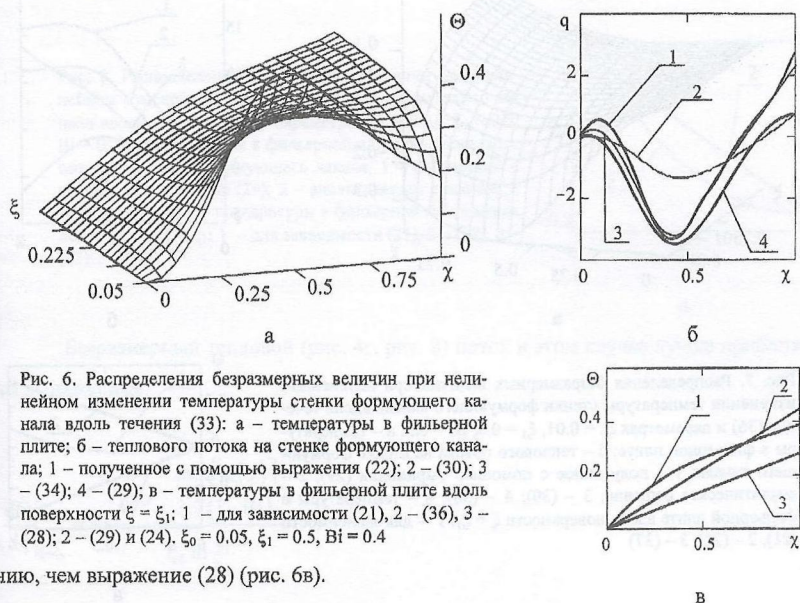


Рис. 6. Распределения безразмерных величин при нелинейном изменении температуры стенки формирующего канала вдоль течения (33): а – температуры в фильерной плите; б – теплового потока на стенке формирующего канала; 1 – полученное с помощью выражения (22); 2 – (30); 3 – (34); 4 – (29); в – температуры в фильерной плите вдоль поверхности  $\xi = \xi_1$ ; 1 – для зависимости (21), 2 – (36), 3 – (28); 2 – (29) и (24).  $\xi_0 = 0.05$ ,  $\xi_1 = 0.5$ ,  $Bi = 0.4$

нию, чем выражение (28) (рис. 6в).

Заметим, что численное значение  $\max[\varphi(\chi)]$  всегда можно оценить в реальном случае, рассмотрев адиабатическое течение, поскольку при течении полимеров в узких формирующих каналах изменение температуры происходит за счет внутренних причин (1, 2).

В том случае, когда немонотонная зависимость имеет минимум на отрезке  $[0, 1]$ , например, зависимость:

$$\varphi(\chi) = 1 - \exp\left(\frac{\chi^{1.6}}{1 + 3\chi^4}\right), \quad (36)$$

которая для  $T_a < T_0$  соответствует изменению температуры стенки канала при течении с внутренним тепловыделением и очень часто встречается в полимерном производстве. расчеты показывают, что при  $Bi > 0.2$  безразмерный тепловой поток на стенке канала достаточно хорошо аппроксимируется выражением (30) (рис. 4в, рис. 7). Например, при  $Bi = 0.5$  и распределении температуры на стенке канала (36) на распределение температуры в фильерной плите будет оказывать влияние как теплообмен с внешней средой на границе  $\chi = 1$ , так и теплообмен через стенку канала, поэтому здесь уместно использовать для распределения температуры на границе  $\xi = \xi_1$  зависимость (28) (рис. 7).

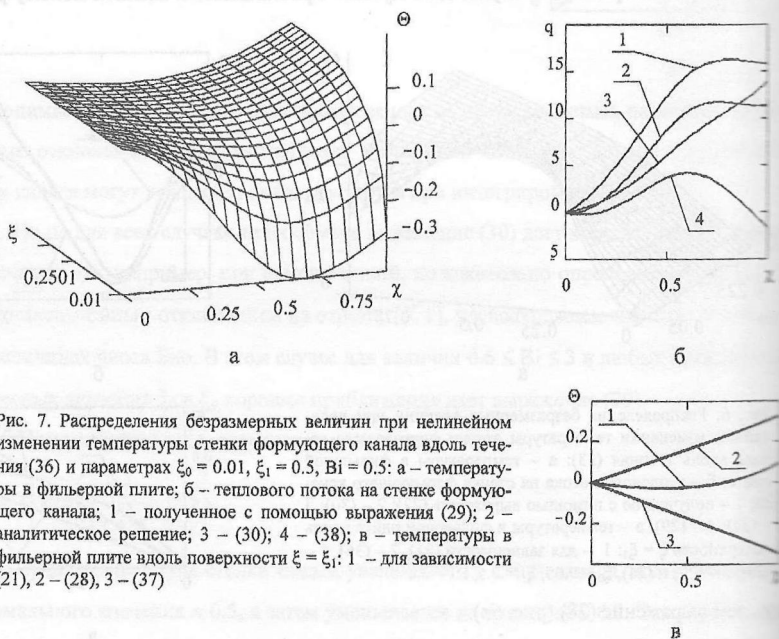


Рис. 7. Распределения безразмерных величин при нелинейном изменении температуры стенки формирующего канала вдоль течения (36) и параметрах  $\xi_0 = 0.01$ ,  $\xi_1 = 0.5$ ,  $Bi = 0.5$ : а – температуры в фильерной плите; б – теплового потока на стенке формирующего канала; 1 – полученное с помощью выражения (29); 2 – аналитическое решение; 3 – (30); 4 – (38); в – температуры в фильерной плите вдоль поверхности  $\xi = \xi_1$ : 1 – для зависимости (21), 2 – (28), 3 – (37)

При  $Bi \leq 0.2$  основное влияние на распределение температуры в фильерной плите оказывает теплообмен через стенку канала (рис. 8а), и распределение температуры в плите на поверхности  $\xi = \xi_1$  будет лучше аппроксимироваться выражением, учитывающим это влияние (рис. 8в), например, выражение, аналогичное (35):

$$\Theta|_{\xi=\xi_0} = \frac{\min[\varphi(\chi)]}{1.7(1-Bi)} \chi, \quad (37)$$

где  $\min[\varphi(\chi)]$  – минимальное значение функции  $\varphi(\chi)$  на отрезке  $[0, 1]$ . В реальном случае его можно оценить, рассмотрев течение в канале с адиабатической стенкой.

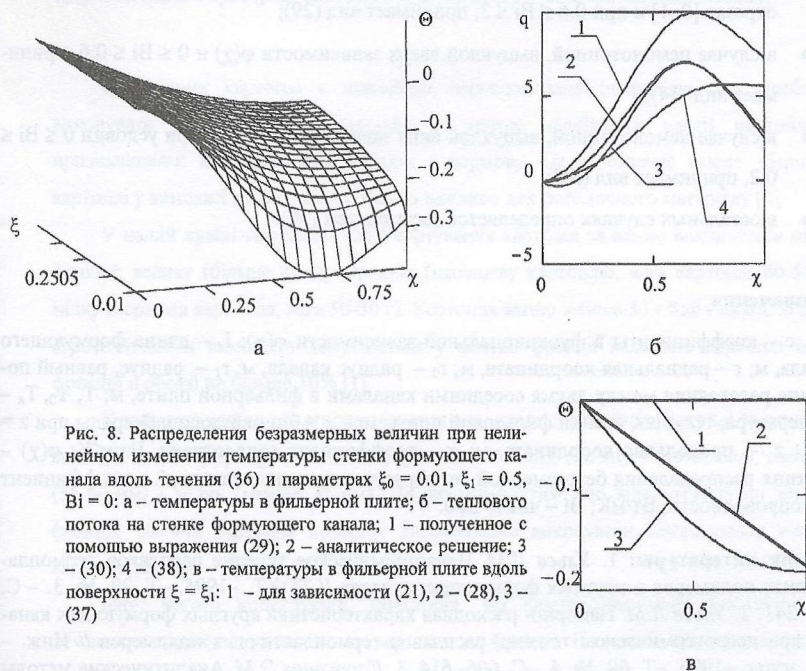


Рис. 8. Распределения безразмерных величин при нелинейном изменении температуры стенки формирующего канала вдоль течения (36) и параметрах  $\xi_0 = 0.01$ ,  $\xi_1 = 0.5$ ,  $Bi = 0$ : а – температуры в фильерной плите; б – теплового потока на стенке формирующего канала; 1 – полученное с помощью выражения (29); 2 – аналитическое решение; 3 – (30); 4 – (38); в – температуры в фильерной плите вдоль поверхности  $\xi = \xi_1$ : 1 – для зависимости (21), 2 – (28), 3 – (37)

Безразмерный тепловой (рис. 4г, рис. 8) поток в этом случае лучше приближается выражением:

$$\frac{d\Theta}{d\xi}\bigg|_{\xi=\xi_0} = \frac{\varphi(\chi) - \frac{\min[\varphi(\chi)]}{1.7(1-Bi)} \chi}{\xi_0 \ln \frac{\xi_1}{\xi_0}}. \quad (38)$$

## Заключение

Поскольку при постановке задачи и ее решении мы предполагали, что функция распределения температуры на стенке канала вдоль течения может иметь достаточно произвольный вид, то можем сделать вывод, что при численных расчетах неизотермического течения в формующих каналах, расположенных в фильерных плитах экструзионных аппаратов, тепловой поток на границе канала можно аппроксимировать выражением (26), которое:

- в случае немонотонной, выпуклой вверх зависимости  $\varphi(\chi)$  с  $\max[\varphi(\chi)] \geq 0.3$  на отрезке  $[0, 1]$  и при  $0.6 \leq Bi \leq 3$ , принимает вид (29);
- в случае немонотонной, выпуклой вверх зависимости  $\varphi(\chi)$  и  $0 \leq Bi \leq 0.6$ , принимает вид (34);
- в случае немонотонной, выпуклой вниз зависимости  $\varphi(\chi)$  и при условии  $0 \leq Bi \leq 0.2$ , принимает вид (38);
- в остальных случаях определяется выражением (30).

## Обозначения

$a, b, c$  – коэффициенты в функциональной зависимости  $\varphi(\chi)$ ;  $L$  – длина формующего канала, м;  $r$  – радиальная координата, м;  $r_0$  – радиус канала, м;  $r_1$  – радиус, равный половине расстояния между двумя соседними каналами в фильерной плите, м;  $T, T_0, T_a$  – температура, текущая, стенки фильерной плиты при  $z = 0$  и окружающей среды при  $z = L, K$ ;  $z$  – продольная координата, м;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup>К;  $\varphi(\chi)$  – функция распределения безразмерной температуры на стенке канала;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/мК;  $Bi$  – число Био.

**Список литературы:** 1. Ульев Л.М. Неизотермическое течение расплавов термопластичных полимеров в круглых формующих каналах // ТОХТ. –1995. –Т. 29, №. 3. – С. 233- 241. 2. Ульев Л.М. Напорно- расходная характеристика круглых формующих каналов при неизотермическом течении расплавов термопластичных полимеров // Инж. – физ. журн. –1996. –Т. 69, №. 4. –С. 606- 614. 3. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 1985. – С. 480. 4. Кузнецов Д.С. Специальные функции. М.: Высшая школа. 1965. – С. 424. 5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука. Глав. ред. физ. –мат. лит. 1972. – С. 736.

Поступила в редакцию 25.10.2008