

087

ISSN 0040-3571

Том 33, Номер 1

Январь - Февраль 1999



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Главный редактор
А.М. Кутепов

<http://www.maik.rssi.ru>



“НАУКА”

МАИК “НАУКА/ИНТЕРПЕРИОДИКА”

УДК 536:532.5

ТЕПЛООБМЕН И ИСПАРЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ПЛЕНОЧНОМ ТЕЧЕНИИ В КОНФУЗОРЕ

© 1999 г. Л. М. Ульев, Ю. Б. Данилов

Харьковский государственный политехнический университет, Украина

Поступила в редакцию 15.12.96 г.

Разработана математическая модель теплообмена при пленочном испарении жидкости в круглом конфузоре, показано соответствие ее экспериментальным данным. Предложены уравнения для расчета толщины пленки жидкости, скорости, температуры, локальных и средних чисел Нуссельта.

Значительный практический интерес представляет создание процессов и аппаратов с утилизацией энергии, например выпарных аппаратов с многократным использованием тепла греющего пара [1]. Конструктивно такие аппараты могут быть выполнены из соосно расположенных конических теплообменных элементов, с одной стороны которых подают греющий пар, а с другой стекает пленка упариваемого раствора. Испарившаяся вода обогревает находящийся рядом теплообменный элемент и так далее.

Аппараты данного типа позволяют проводить упаривание с многократным использованием тепла греющего пара, а пленочное испарение раствора при малой толщине теплообменного элемента обеспечивает высокие коэффициенты теплопередачи. Геометрия поверхностей испарения и конденсации обеспечивает низкие скорости вторичного пара ($\leq 10^{-3}$ м/с), высокую степень его очистки и отсутствие температурной депрессии. Методы расчета таких аппаратов отсутствуют. Существующие способы расчета пленочных испарителей основаны на исследованиях, проведенных для теплообменных элементов с постоянным поперечным сечением вдоль течения жидкости [2–5].

Изотермическое течение жидкости по конфузорной поверхности экспериментально исследовано [6] для малых длин пробега пленки (< 0.1 м) и для углов раскрытия конфузора $2\alpha \geq 90^\circ$. Теоретический анализ такого течения [7, 8] показал, что при $2\alpha \geq 90^\circ$ реализуется двухмерный ламинарный безволновой режим в широком диапазоне чисел Re, при математическом описании была применена двумерная модель течения. Аналогичный вывод для пленочного течения сделан в [9]. При рассмотрении процесса испарения пленки с конической поверхности [1] не было учтено влияние волнообразования.

Цель настоящего исследования – определение характеристик течения и испарения пленки в кон-

фузоре, а также разработка методов расчета конусных испарителей.

Эксперименты были проведены на конусных элементах с углами раскрытия конфузора $2\alpha = 30, 45, 60^\circ$. Радиус входного отверстия $R_{вх}$ и длина образующей элемента L (рис. 1) равны 0.27 и 0.474 м соответственно. Конусные элементы изготовлены из полированного стального листа толщиной $h_k = 1.5 \times 10^{-3}$ м и теплопроводностью $\lambda_k = 16.2$ Вт/(м К). Над конусом располагалось необогреваемое цилиндрическое переливное распределительное устройство высотой $d_0 = 0.06$ м (рис. 1).

На распределительное устройство подавали воду, предварительно нагретую до температуры насыщения T_s . Расход исходной воды

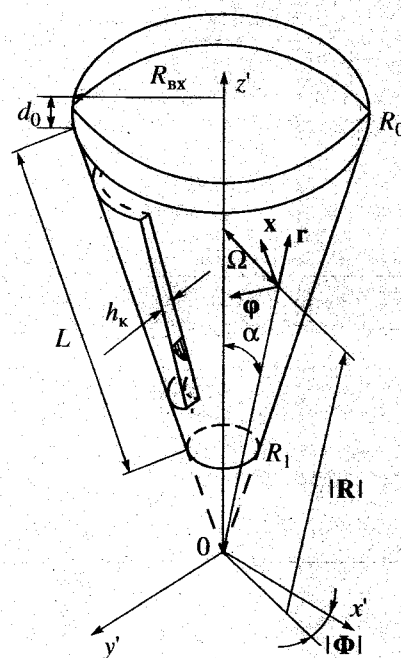


Рис. 1. К расчету течения пленки жидкости.

контролировали ротаметром. Неиспарившуюся воду и конденсат пара собирали в мерные баки. Аппарат обогревали паром, температуру которого измеряли термометром и дополнительно рассчитывали по давлению. Конденсат греющего пара также собирали в мерную емкость.

Эксперименты проводили при изменении расхода в пределах $Q = (7-25) \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$ и полезной разности температур $\Delta T = T_s - T_a = -5 \dots -25 \text{ К}$.

Результаты экспериментов использовали для корректировки уравнений модели течения и теплообмена стекающей и испаряющейся пленки в конфузоре.

Описывать течение будем в биконических координатах, вершина которых совпадает с вершиной конуса (рис. 1), и определяемых преобразованием [10]

$$z' = R \cos \alpha + X \sin \alpha,$$

$$y' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \sin \varphi = \Omega \sin \varphi, \quad (1)$$

$$x' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \cos \varphi = \Omega \cos \varphi.$$

Вычисляя коэффициенты Ляме $H_x = 1$, $H_R = 1$, $H_\varphi = \Omega$ и учитывая, что в пределах изменения ΔT физические свойства воды можно считать постоянными, запишем согласно [11] уравнения движения, неразрывности и теплообмена.

Уравнение неразрывности для аксиальносимметричного течения имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial R}(\Omega V_R) + \frac{\partial}{\partial X}(\Omega V_X) = 0, \quad (2)$$

отсюда находим $V_X \approx 2V_R h/R$. Оценку такого же порядка получаем, используя кинематическое условие на свободной границе. Таким образом, можно считать $V_X = o(V_R)$. Тогда, используя безразмерные переменные и параметры

$$\xi = R/d, \quad \xi_0 = R_0/d, \quad \chi = X/d, \quad d = 4h_0,$$

$$h_0 = [3\mu Q / (\pi \rho g R_0 \sin 2\alpha)]^{1/3}, \quad v_\xi = V_R/V_0,$$

$$v_\chi = V_X/V_0, \quad V_0 = Q / (2\pi R_0 h_0 \sin \alpha),$$

$$\Theta = (T - T_a) / \Delta T, \quad \text{Re}_0 = \rho V_0 d / \mu,$$

$$\text{Fr} = V_0^2 / (gd), \quad \delta = h/d, \quad \text{Bi} = Kd / \lambda_x,$$

$$\text{Ste} = c\Delta T / \Delta H, \quad \Delta T = T_s - T_a, \quad \text{Pe} = V_0 d / a,$$

запишем уравнения движения и теплообмена

в виде

$$\text{Re} \left(v_\xi \frac{\partial v_\xi}{\partial \chi} + v_\chi \frac{\partial v_\chi}{\partial \chi} \right) = \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial v_\xi}{\partial \chi} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\sin \alpha}{\sigma} v_\xi \right) + \frac{\text{Re}}{\text{Fr}} \cos \alpha, \quad (3)$$

$$v_\xi \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + v_\chi \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} = \frac{1}{\text{Pe}} \left[\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) \right], \quad (4)$$

где $\sigma = \xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha$.

Оценим члены уравнений (5), (6). Для $Q = (7-25) \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$ характерный продольный размер $\Delta \xi = R_0/d \sim 10^3$, поперечный размер $\Delta \chi = \delta_0 \sim 0.25$, $\text{Re} \approx 10^2-10^3$, $\text{Pe} \approx 200-3000$. Левая часть (3) имеет порядок $\leq v_\xi$. В правой части

$\frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \xi^2} \sim 10^{-6} v_\xi$, второй член $\sim 20 v_\xi$, третий член $\sim 10^{-6} v_\xi$,

$$\text{Re}/\text{Fr} = \rho g d / [\mu V_0 / d] = 48 / \cos \alpha. \quad (5)$$

Левая часть (4) равна $\sim 10^{-3}$; первый член правой части (4) имеет порядок $\sim 10^{-9}$, второй $\sim 10^{-1}$.

Заметим, что при наличии распределительного переливного устройства на теплообменную часть пленка поступает уже со сформированным профилем скорости, так как в нашем случае [12] $L_n \sim 20h\text{Re} \approx 0.05 \text{ м}$.

С учетом полученных оценок уравнения (3), (4) запишем в виде

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial v_\xi}{\partial \chi} \right) + 48 = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) = 0, \quad (7)$$

граничные условия следующие:

$$v = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} = \text{Bi} \Theta, \quad \chi = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \chi} = 0, \quad \Theta = 1, \quad \chi = \sigma. \quad (9)$$

Граничное условие третьего рода (8) для Θ выбрано как наиболее близкое приближение к условию сопряжения и позволяющее учесть термическое сопротивление стенки конфузора. Отметим, что зависимость в (6), (7) от продольной координаты ξ не является характеристикой пространственно неустановившегося конвективного теплообмена, а описывает влияние кривизны поверхности теплообмена на распределение скорости и температуры в пленке для каждого сечения по ξ .

Получим решение (6) с условиями (8), (9)

$$v = 24\xi \operatorname{tg} \alpha \left[\chi \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\chi}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right) + \xi \operatorname{tg} \alpha \left(1 - \frac{\delta}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right)^2 \ln \left(1 - \frac{\chi}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right) \right] \quad (10)$$

Поскольку в рассматриваемых здесь случаях течения выполняются соотношения

$$(\chi/\xi) \operatorname{ctg} \alpha \leq (\delta/\xi) \operatorname{ctg} \alpha = (h/R) \cos \alpha \ll 1,$$

раскладывая логарифмическую функцию в (10) в ряд Тейлора по малому параметру и используя теорему о значимости остатка сходящегося степенного ряда [13], получим

$$v = 24\delta^2 \left[1 - \left(1 - \frac{\chi}{\delta} \right)^2 \right] + O \left[24 \frac{\chi \delta^2}{\xi} \left(\frac{\chi}{\delta} - 1 \right) \right] \approx 24\delta^2 \left[1 - \left(1 - \frac{\chi}{\delta} \right)^2 \right] \quad (11)$$

Решение (6) с условиями (8), (9) имеет вид

$$\Theta = \left[\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\xi} - \operatorname{Bi} \ln \left(1 - \frac{\chi}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right) \right] / \left[\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\xi} - \operatorname{Bi} \ln \left(1 - \frac{\delta}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right) \right] \quad (12)$$

или, раскладывая логарифмы в ряд по малому параметру, получим

$$\Theta = \frac{1 + \operatorname{Bi} \chi}{1 + \operatorname{Bi} \delta} \quad (13)$$

При известном распределении Θ можно найти выражение для локального числа Nu , которое определим как производную от безразмерной температуры по поперечной координате. Локальное число Nu будет зависеть от числа Bi вследствие того, что тепловой поток определяется распределением температуры в пленке и термическим сопротивлением стенки конфузора

$$Nu = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial X} \right) \Big|_{x=0} d / (\Delta T \lambda) = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) \Big|_{x=0} = \operatorname{Bi} \Theta \Big|_{x=0} = \operatorname{Bi} / (1 + \delta \operatorname{Bi}) \quad (14)$$

Для определения коэффициента теплопередачи, входящего в выражение для вычисления числа Bi , решим уравнение (7) с граничными условиями первого рода

$$\Theta = \Theta_1, \quad \chi = 0;$$

$$\Theta = 1, \quad \chi = \delta_k = h_k / d.$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \Theta &= \Theta_1 - (\Theta_1 - 1) \frac{\ln \left(1 - \frac{\chi}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right)}{\ln \left(1 - \frac{\delta_k}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right)} = \\ &= \Theta_1 - (\Theta_1 - 1) \frac{-\frac{\chi}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha - O \left[\left(\frac{\chi}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right)^2 \right]}{-\frac{\delta_k}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha - O \left[\left(\frac{\delta_k}{\xi} \operatorname{ctg} \alpha \right)^2 \right]} = \\ &\approx \Theta_1 - (\Theta_1 - 1) \frac{\chi}{\delta_k}, \end{aligned}$$

что позволяет для вычисления коэффициента теплопередачи использовать выражение $K = 1/(1/\alpha_1 + h_k/\lambda_k)$, где коэффициент α_1 , оцененный по количеству конденсата греющего пара, для конуса с $2\alpha = 60^\circ$ составляет $\sim 1.1 \times 10^4$ Вт/(м² К) и для конуса с $2\alpha = 30, 45^\circ$ равен $\sim (1.8-2.1) \times 10^4$ Вт/(м² К).

Выражение для расчета толщины пленки получим с помощью уравнения неразрывности [14], записанного для течения пленки в конфузоре с учетом фазового превращения на свободной границе

$$-\Delta H \rho \frac{dQ}{dR} = 2\pi \sin \alpha \lambda \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{x=0}$$

или в безразмерном виде

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \int_0^\delta v_\xi d\chi \right) = -\xi \frac{\operatorname{Ste}}{\operatorname{Pe}} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right) \Big|_{\chi=0} \quad (15)$$

Подставляя (11) и (13) в (15) и используя замену $l = \xi_0 - \xi$, получим уравнение, определяющее толщину пленки

$$\frac{d\delta}{dl} = \frac{1}{48\delta^2} \frac{\operatorname{Ste}}{\operatorname{Pe}} Nu + \frac{\delta}{3(\xi_0 - 1)} \quad (16)$$

с начальным условием $\delta = 0.25$ при $l = 0$ ($\xi = \xi_0$).

Первый член в правой части (16) описывает уменьшение толщины пленки за счет испарения ($\operatorname{Ste} < 0$), а второй – увеличение толщины из-за уменьшения смоченного периметра вдоль течения.

Из (16) следует, что характер изменения δ а следовательно и всего процесса, зависит от безразмерного комплекса $\frac{\operatorname{Ste}}{\operatorname{Pe}} = \frac{(\lambda \Delta T / d) / \Delta H}{V_{0p}}$, т.е. о

отношения характерной скорости фазового превращения к начальной массовой скорости жидкости V_{0p} и величине ξ_0 . Заметим, что комплекс

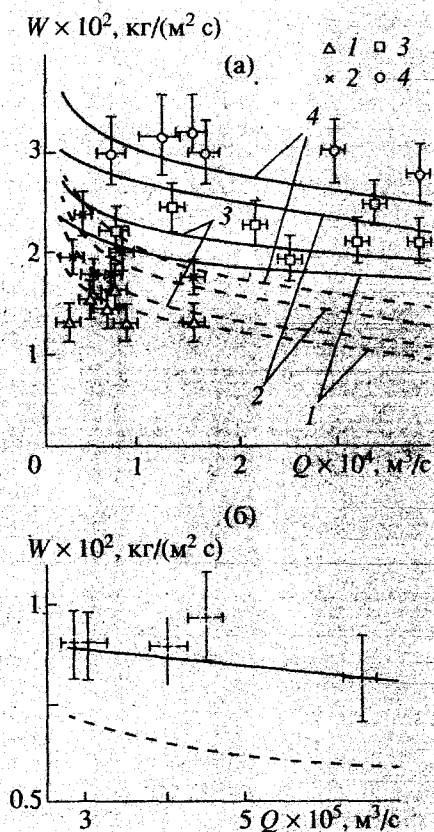


Рис. 2. Зависимость удельного паросъема от расхода жидкости: (а) - $\Delta T = -15$ (1, 3), -20 (2, 4) К; $2\alpha = 60$ (1, 2), 45 (3, 4) град.; (б) - $\Delta T = -5$ К, $2\alpha = 30^\circ$. Сплошные линии - расчет числа Nu по (17), пунктирные линии - по (14). Точки - экспериментальные данные (доверительная область 95%).

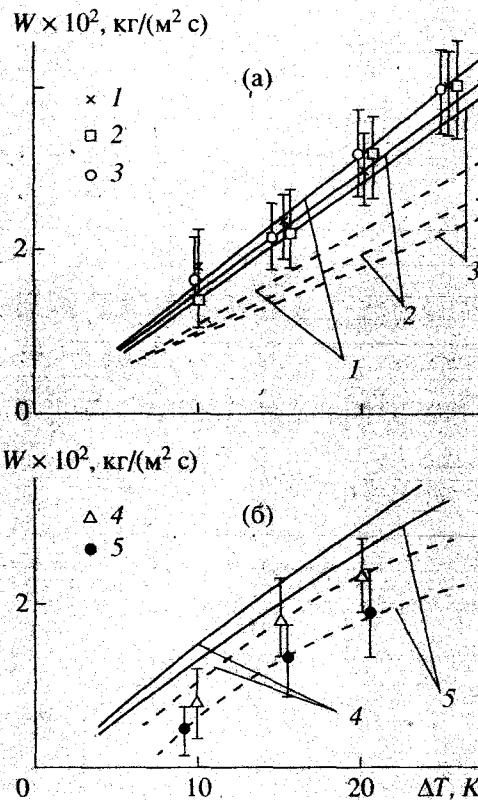


Рис. 3. Зависимость удельного паросъема от ΔT при $2\alpha = 45$ (а), 60 (б) град.; $Q = 7.0 \times 10^{-5}$ (1), 1.2×10^{-4} (2), 1.6×10^{-4} (3), 3.3×10^{-5} (4), 1.4×10^{-4} (5) м³/с. Линии, точки - то же, что на рис. 2.

$\frac{Ste Nu}{Re} = \frac{\Delta T \alpha_2}{\Delta H V_0 \rho}$ является модифицированным числом Кутателадзе [2], показывающим отношение локальной скорости фазового перехода к начальной массовой скорости жидкости. На характер теплообмена оказывает существенное влияние образование поверхностных волн на пленке. Для учета этих эффектов последуем методу Баттеруорта, который для определения локального волнового числа Нуссельта использует корректирующий множитель Зозули [5, 15]

$$Nu_w = Nu 0.8 (Re/4)^{0.11} \quad (17)$$

Определим локальное число

$$Re = \rho \bar{v} d / \mu = \rho V_0 \bar{v} 4h / \mu = 4Re_0 \bar{v} \delta,$$

где

$$\bar{v} = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta v_\xi d\xi = 16\delta^2, \quad (18)$$

тогда

$$Re = 64Re_0\delta^3. \quad (19)$$

Влияние волнообразования на испарение пленки при разных значениях угла раскрытия конфузора, расхода исходной жидкости и исходной разности температур выясняли, сопоставляя значения удельного паросъема W , полученные с помощью численного интегрирования (16) при числе Нуссельта, определяемом выражениями (14) и (17), с экспериментальными данными.

Для того чтобы найти W , запишем выражение для размерного расхода жидкости в зависимости от ξ

$$Q = 2\pi \xi^2 \sin \alpha V_0 \int_0^\delta v_\xi d\xi = 32\pi \sin \alpha d^2 V_0 \xi \delta^3, \quad (20)$$

тогда

$$W = \frac{\rho(Q_0 - Q_1)}{\pi L(R_0 - R_1) \sin \alpha} = \frac{\rho V_0 (1 - 64 \epsilon_0 \delta_1^3)}{2 \xi_0 (1 - \epsilon_0^2)}, \quad (21)$$

где $\epsilon_0 = \xi_1 / \xi_0 = R_1 / R_0$.

Сравнение экспериментальных и расчетных значений W показывает удовлетворительное

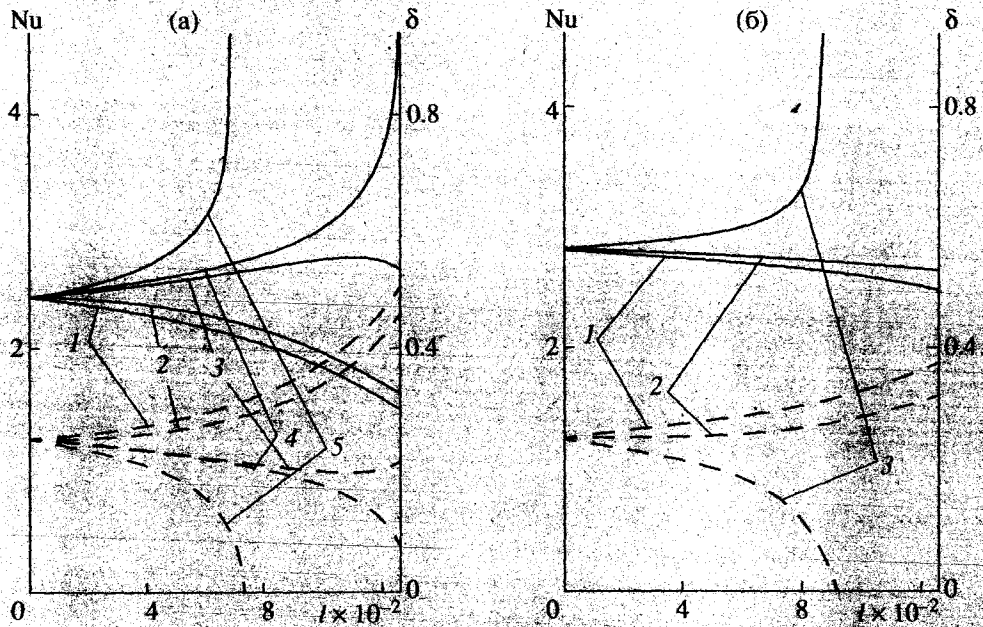


Рис. 4. Зависимость числа Nu (сплошные линии) и толщины пленки δ (пунктирные линии) от l при $2\alpha = 60$ (а), 45 (б) град.; $Ste = 0$ (1), -9.12×10^{-3} (2), -2.73×10^{-2} (3), 2.87×10^{-2} (4), 3.65×10^{-2} (5).

совпадение результатов для $2\alpha = 30, 45^\circ$ и локального числа Nu , вычисленного по (17), как для переменного расхода и $\Delta T = \text{const}$ (рис. 2), так и при изменении ΔT , а $Q = \text{const}$ (рис. 3). В обоих случаях среднее квадратичное отклонение расчетных значений от экспериментальных составляет $\sim 7\%$. Если число Nu вычислять по (14), отклонение составляет $\sim 50\%$. Для $2\alpha = 60^\circ$ удовлетворительное совпадение наблюдается при расчете числа Nu по (14), среднее квадратичное отклонение в этом случае $\sim 12\%$. При расчете Nu по (17) среднее квадратичное отклонение равно $\sim 40\%$. Таким образом, при увеличении угла раскрытия конфузора влияние волновых процессов на испарение уменьшается, что согласуется с данными [6–8]. Возможно, здесь наблюдаем явление, аналогичное описанному в [16] уменьшению волнового числа Рейнольдса у изотермической пленки, текущей по наклонной плоской поверхности при уменьшении угла наклона плоскости к горизонту $Re_w = (10/3) \text{ctg } \gamma$. Аналогичный результат получен в [17] для испаряющихся пленок жидкости на наклонной поверхности $Re_w = \text{ctg } \gamma / (6/5 + (2/3)\beta)$, где β – квадратичная функция теплового потока.

При визуальном наблюдении течения пленки по необогреваемой поверхности конфузоров отчетливо видна более развитая волновая поверхность в конфузорах с углом раскрытия $2\alpha < 45^\circ$, чем при $2\alpha = 60^\circ$. Поэтому предполагаем, что влияние волн на теплообмен до $\alpha \leq 25^\circ$ существенно и его следует учитывать; при $\alpha > 25^\circ$ рассчитывать число Nu будем по (17).

В качестве примера рассмотрим течение и испарение тонкой пленки воды в конфузорах с углом раскрытия 60 и 45° для $Q = 1.5 \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$, что для $2\alpha = 60^\circ$ соответствует $Re = 209.4$, $Bi \approx 6.1$, $\xi_0 = 1405$ и для $2\alpha = 45^\circ$ – $Bi = 5.98$, $\xi_0 = 1875$ при различных значениях Ste .

В случае $Ste = 0$ для любых α толщина пленки возрастает вдоль течения согласно

$$\delta = 0.25(\xi_0/\xi)^{1/3} = 0.25\epsilon^{-1/3}, \quad (22)$$

что приводит к уменьшению числа Nu (рис. 4), а средняя скорость $\bar{v} = 16\delta^2$ и локальное число Рейнольдса (19) (рис. 5, 6) только увеличиваются вдоль течения. Когда температура греющего пара превышает температуру насыщения $Ste < 0$, испарение пленки приводит к уменьшению локального расхода и замедлению роста δ . При малых абсолютных значениях $|Ste|$ число Nu уменьшается вдоль течения, а значит снижается и тепловой поток через пленку, и, как следствие, уменьшается локальное отношение потока испарившейся жидкости к потоку жидкости в пленке

$$q_e/q_v = \left(\frac{-2\pi R \sin \alpha \frac{\lambda}{\Delta H} \frac{dT}{dX} dR}{2\pi R \sin \alpha dR} \right) \left(\frac{\rho Q}{2\pi R h \sin \alpha} \right) = \quad (23)$$

$$= \frac{Ste Nu}{16Pe\delta^2}$$

характеризующее интенсивность испарения (рис. 6).

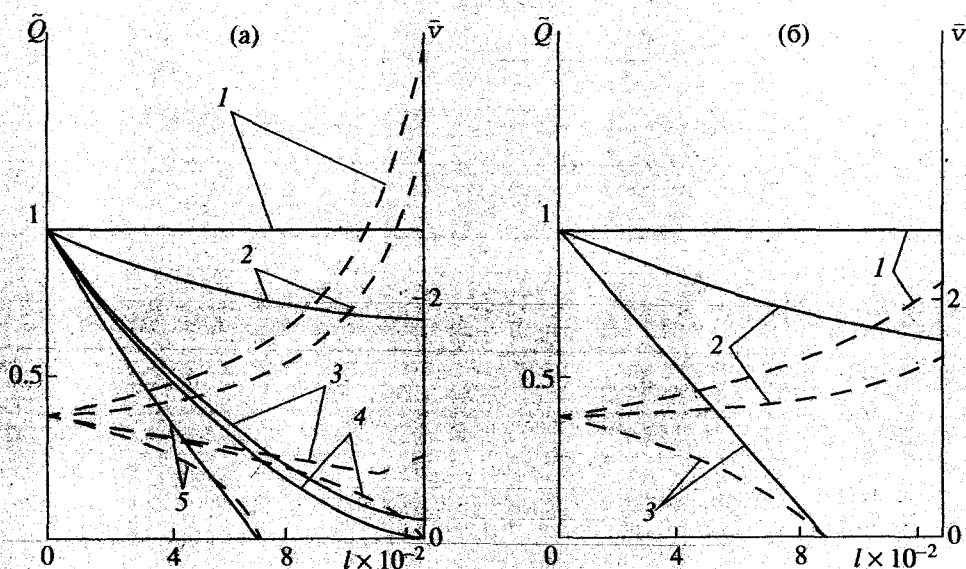


Рис. 5. Зависимость $\tilde{Q} = Q/Q_0$ (сплошные линии) и \bar{v} (пунктирные линии) от l при $2\alpha = 60$ (а), 45 (б) град. Линии 1–5 – то же, что на рис. 4.

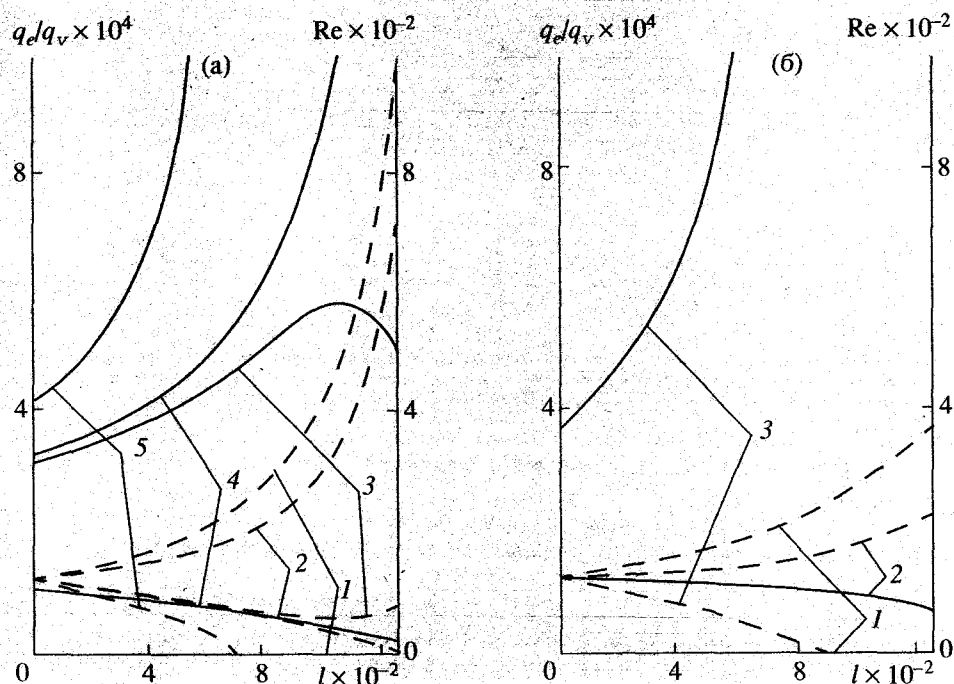


Рис. 6. Зависимость q_e/q_v (сплошные линии) и числа Re (пунктирные линии) от l при $2\alpha = 60$ (а), 45 (б) град. Линии 1–5 – то же, что на рис. 4.

При уменьшении параметра Ste достигается диапазон значений Ste , в пределах которого зависимость $\delta(l)$ немонотонна (рис. 4) вследствие того, что на некотором расстоянии от входа в конфузур увеличение толщины пленки за счет уменьшения смачиваемого периметра начинает преобладать над испарением. Зависимости $\bar{v}(l)$ и $Re(l)$ также

немонотонны, но имеют минимум в области наименьшего значения δ (рис. 5, 6). Зависимость локального числа Nu от l также немонотонна и имеет максимум при наименьшем δ . Аналогичный вид получен для зависимости интенсивности испарения (рис. 6).

При дальнейшем снижении Ste уменьшение толщины пленки за счет испарения уже не будет

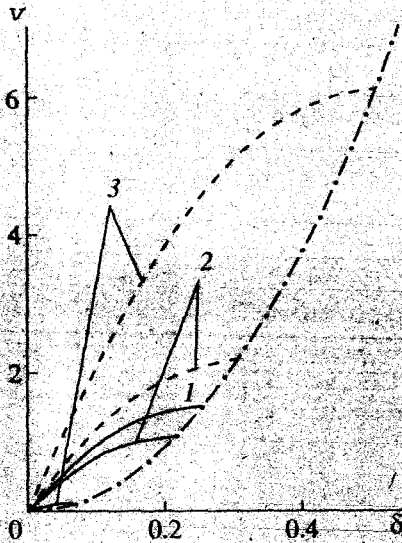


Рис. 7. Распределение v по толщине пленки при $2\alpha = 60^\circ$; $\xi = 0$ (1), 600 (2), 1233 (3), $Ste = 0$ (пунктирная линия), -2.87×10^{-2} (сплошная линия); $v_{\max} = 24\delta_0^2$ (штрих-пунктирная линия).

компенсироваться уменьшением смачиваемого периметра и, начиная с некоторого значения Ste , пленка должна полностью испариться (рис. 4). В тех случаях, когда длина пути испарения находилась в пределах поверхности конуса, экспериментально наблюдали появление устойчивых сухих пятен или полное высыхание пленки. Следует отметить, что рассматриваемая модель не учитывает всей глубины процессов разрыва сплошности и высыхания текущей пленки жидкости [18].

Скорость во всех рассматриваемых случаях имеет параболическое распределение по χ (14) и ее максимальное значение определяется толщиной пленки (рис. 7) $v_{\max} = 1.5 \bar{v} = 24\delta^2$.

В конфузоре с углом раскрытия $2\alpha = 45^\circ$ толщина пленки начинает уменьшаться при меньших значениях $|Ste|$, и высыхает пленка при меньших $|Ste|$ (рис. 4), что связано как с большей интенсивностью теплообмена за счет волнообразования, так и с большей поверхностью нагревания.

При расчете теплообменного оборудования, как правило, используют среднее число Нуссельта, которое в данном случае определяется следующим образом:

$$\bar{Nu} = \frac{2\pi \sin \alpha \int_{\xi_1}^{\xi_0} Nu \xi d\xi}{\pi(\xi_0 - \xi_1)(\xi_0 + \xi_1) \sin \alpha} = \frac{2}{\xi_0^2 - \xi_1^2} \int_{\xi_1}^{\xi_0} Nu \xi d\xi \quad (24)$$

Если течение происходит без испарения в условиях стабилизированного теплообмена, тогда из (22) и (24) получим

$$Nu_\tau = \frac{Bi}{1 + 0.25 Bi \epsilon^{-1/3}} \quad (25)$$

При теплообмене без испарения из (24) и (25) имеем

$$\begin{aligned} \bar{Nu}_\tau = & \frac{Bi}{1 - \epsilon_0} \left[1 - \epsilon_0^2 - \frac{3}{10} Bi (1 - \epsilon_0^{5/3}) + \right. \\ & + \frac{3}{32} Bi^2 (1 - \epsilon_0^{4/3}) - \frac{1}{32} Bi^3 (1 - \epsilon_0) + \\ & + \frac{3}{256} Bi^4 (1 - \epsilon_0^{2/3}) - \\ & \left. - \frac{3}{512} Bi^5 (1 - \epsilon_0^{1/3}) + \frac{3}{2048} Bi^6 \ln \frac{Bi + 4}{Bi + 4\epsilon_0^{1/3}} \right] \quad (26) \end{aligned}$$

Для того чтобы получить расчетную зависимость для \bar{Nu} при испарении, перепишем (15) в виде

$$\frac{d\delta}{d\epsilon} = -\frac{1}{48\delta^2} \xi_0 \frac{Ste}{Pe} Nu - \frac{1}{3\epsilon} \quad (27)$$

где ϵ изменяется от 1 до ϵ_0 .

Как видно из выражений (14), (24), (27), значение среднего по поверхности числа Нуссельта \bar{Nu} определяется параметрами $S = |\xi_0 Ste / Pe|$, Bi и, как показано ранее, углом α .

Для определения этой зависимости проведены численные эксперименты с помощью предложенной модели, по результатам которых построены регрессионные зависимости \bar{Nu} для угла раскрытия конфузора $10 < 2\alpha < 45$

$$\bar{Nu} = 0.8(3.5 - \epsilon_0) S^{0.02} Bi^{0.24} \quad (28)$$

со среднеквадратичным отклонением от эксперимента 12% для условий, удовлетворяющим полученным выше оценкам. Относительную длину пути испарения в этом случае можно оценить по зависимости

$$\epsilon_v = 1 - 0.29(0.93 - S + 0.32S^2 - 0.032S^3) Bi^{-0.047} \quad (29)$$

с точностью до 20%.

Для конфузора $45 < 2\alpha < 100$ имеем

$$\bar{Nu} = 3.51[\epsilon_0 - 0.1536 + 0.83(1 - \epsilon_0)^2] S^{0.05} Bi^{0.115} \quad (30)$$

с точностью до 14%. Относительная длина пути испарения равна

$$\epsilon_v = 1 - 1.4(0.48 - S + 0.68S^2 - 0.15S^3) Bi^{-0.02} \quad (31)$$

с точностью до 20%.

Получены также регрессионные зависимости для широкого диапазона углов раскрытия конфузора $10 < 2\alpha < 100$

$$\bar{Nu} = 2.51[\epsilon_0 - 0.056 + 3(1 - \epsilon_0)^2 - 2.41(1 - \epsilon_0)^3] \times S^{0.024} Bi^{0.224} (\cos \alpha)^{0.383} \quad (32)$$

со среднеквадратичным относительным отклонением 16% и для относительной длины пути испарения

$$\epsilon_v = 1 - 1.35(0.48 - S + 0.8S^2 - 0.23S^3 + 0.025S^4) Bi^{-0.0432} \quad (33)$$

с точностью до 25%.

Выражения для \bar{Nu} справедливы в пределах изменения параметров $0.01 \leq S \leq 0.6$, $1 \leq Bi \leq 120$; для ϵ_v — $0.1 \leq S \leq 5$, $1 \leq Bi \leq 120$.

Выражения для расчета \bar{Nu} можно использовать только в тех случаях, когда $\epsilon_v < \epsilon_0$.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — коэффициент температуропроводности, m^2/c ;

c — удельная теплоемкость, Дж/(кг К);

d — эквивалентный диаметр, м;

g — ускорение свободного падения, m^2/c ;

h — толщина пленки, м;

h_k — толщина стенки конфузора, м;

ΔH — теплота фазового перехода, Дж/кг;

K — коэффициент теплопередачи, Вт/(m^2 К);

L_n — длина начального гидродинамического участка, м;

Q — расход жидкости, m^3/c ;

$$\tilde{Q} = Q/Q_0 = 16(1 - 1/\xi_0)(\delta^3/\delta_0);$$

q_e — расход испарившейся жидкости, кг/(m^2 с);

q_v — расход жидкости в пленке, кг/(m^2 с);

T — температура, К;

V — скорость, м/с;

W — удельный паросъем, кг/(m^2 с);

x', y', z' — декартова система координат, м;

2α — угол раскрытия конфузора, рад;

α_1, α_2 — коэффициенты теплоотдачи, Вт/(m^2 К);

$\epsilon = \xi/\xi_0$;

ϵ_v — относительная длина пути испарения;

γ — угол наклона плоскости к горизонту, рад;

λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м К);

μ — динамический коэффициент вязкости, Па с;

ρ — плотность, кг/ m^3 ;

ϕ — азимутальная координата в биконической системе координат, рад;

$Bi = Kd/\lambda_k$ — число Био;

$Fr = V_0^2/(gd)$ — число Фруда;

$Nu = (\partial\theta/\partial\chi)|_{\chi=0}$ — число Нуссельта;

$Pe = V_0 d/a$ — число Пекле;

$Ste = c\Delta T/\Delta H$ — число Стефана.

ИНДЕКСЫ

0 — вход в конфузор;

1 — выход из конфузора;

a — окружающая среда;

v — волновое течение пленки;

ж — жидкость;

к — конфузор;

т — течение без испарения;

(R, X, ϕ), (ξ, χ, ϕ) — биконическая система координат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перцев Л.П., Данилов Ю.Б., Лисиченко С.Б., Кравчук В.В. Расчет оптимального теплового и гидродинамического режимов работы выпарных аппаратов пленочного типа с многократным использованием тепла // Хим. пром-сть. 1990. № 8. С. 29.
2. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. С. 416.
3. Воронцов Е.Г., Тананайко Ю.М. Теплообмен в жидкостных пленках. Киев: Техника, 1972. С. 196.
4. Гимбутис Г. Теплообмен при гравитационном течении пленки жидкости. Вильнюс: Мокслас, 1988. С. 232.
5. Чжунь К.Р., Себан Р.А. Теплоотдача к испаряющимся жидким пленкам // Теплопередача. 1971. Т. 93. № 4. С. 71.
6. Те А.М., Сень Л.И. Пленочное течение жидкости по конфузорной поверхности // Изв. СО АН СССР. 1983. Т. 3. № 1. С. 37.
7. Сень Л.И., Те А.М., Цвелодуб О.Ю. Модель пленочного течения по конфузорной поверхности // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1983. № 3. С. 49.
8. Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусев Б.Г. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука, 1992. С. 256.
9. Хирибург Р.И., Флоршютц Л.В. Ламинарное течение волнообразной пленки. Часть II. Конденсация и испарение // Теплопередача. 1982. Т. 104. № 3. С. 50.
10. Гольдин А.М., Карамзин В.А. Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования. М.: Агропромиздат, 1985. С. 264.
11. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидродинамика. Ч. 2. М.-Л.: Гостехиздат, 1948. С. 612.
12. Cerro R.L., Whitaker S. Entrance region flows with a free surface: the falling liquid film // Chem. Eng. Sci. 1971. V. 26. No. 6. P. 785.

13. *Олвер Ф.* Введение в асимптотические методы и специальные функции. М.: Наука, 1978. С. 376.
14. *Кутателадзе С.С., Стырикович М.А.* Гидравлика газожидкостных систем. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1958. С. 232.
15. *Баттерворт Д.* Пленочная конденсация чистого пара. Справочник по теплообменникам. Т. 4 / Под ред. В.С. Петухова, В.К. Шикова. М.: Энергоиздат, 1977. С. 240.
16. *Vanjatin T.V.* Wave formation in laminar flow down an inclined plate // *J. Fluid Mech.* 1957. V. 2. No. 3. P. 554.
17. *Bankoff S.G.* Stability of liquid flow down a heat inclined plate // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1971. V. 14. No. 2. P. 377.
18. *Банкофф С.* Динамика и устойчивость тонких пленок в нагретой жидкости // *Современное машиностроение*. Сер. А. 1991. № 1. С. 26.