

ISBN 5-7763-2106-9

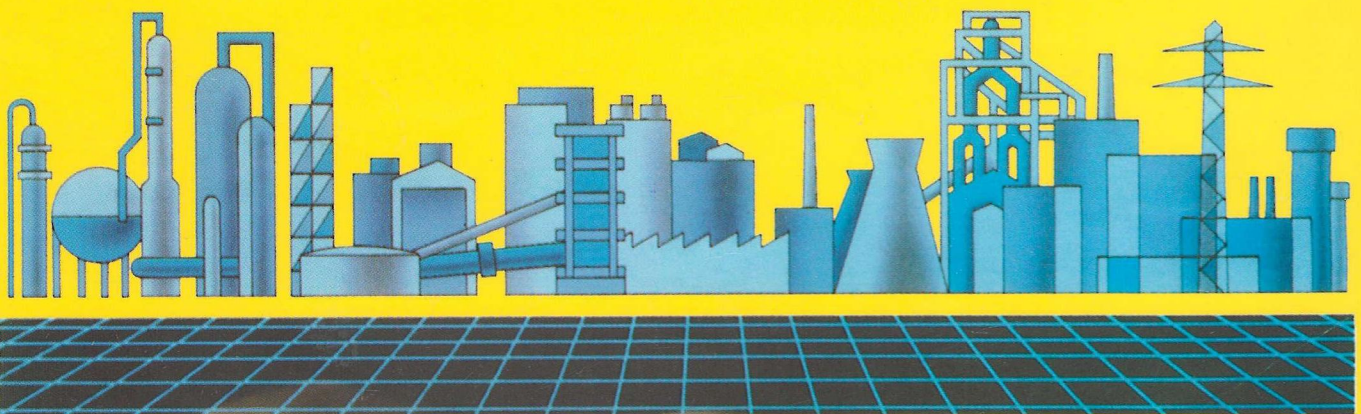
ISBN 5-7763-2107-7

ІТЕ ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ

ЩОКВАРТАЛЬНИЙ НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ



2'2003



Ульев Л.М.

РАЗВИТИЕ ЛАМИНАРНОГО ДИФFUЗОРНОГО ТЕЧЕНИЯ В СООСНЫХ КОНИЧЕСКИХ КАНАЛАХ ПОСТОЯННОЙ ШИРИНЫ

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

Изучение течения в начальных участках каналов различной геометрии является одной из фундаментальных задач гидродинамики, так как на его основе проводится исследование ряда других проблем, возникающих при создании оборудования в различных отраслях промышленности.

Впервые задача о ламинарном течении жидкости в начальном участке была решена Буссинеском в работе [1] для круглой прямолинейной трубы. Профиль продольной скорости определялся суперпозицией профиля Пуазейля и некоторого возмущающего члена, вследствие чего результаты, полученные в [1], применимы лишь на большом расстоянии от входа в трубу.

За время, прошедшее с момента публикации работы [1] получили значительное развитие как методы решения задач течения вязких жидкостей на начальном гидродинамическом участке, так и значительно расширилась область исследования таких течений, что обусловлено возросшим многообразием форм каналов, используемых в промышленных устройствах.

В данной работе будем исследовать развитие ламинарного диффузорного течения несжимаемой вязкой жидкости в соосном коническом канале постоянной ширины. Установившееся ламинарное течение в указанной канальной геометрии, автором изучалось в работах [2 – 8] в различных постановках. Развитие течения в коаксиальном коническом диффузоре автором было рассмотрено в работе [9]. Уравнение движения, записанное в приближении Озеена, решалось методом разложения по собственным функциям, но при этом было сделано сильное предположение, а именно, при определении функциональной зависимости профиля скорости от продольной координаты считалось, что градиент давления постояен. Затем по полученной зависимости для распределения скорости и условия постоянства расхода определялся градиент давления, подставляя значения которого в выражение, определяющее распределение скорости, мы получали решение, определяющее эволюцию профиля скорости вдоль канала. Интегрируя выражение для градиента давления, получали распределение статического давления вдоль канала.

Здесь следует заметить, что при определении закона эволюции профиля скорости методом продолжения [10] делается гораздо более сильное предположение – распределение давления вдоль канала считается известным и функционально задается *a priori*.

В настоящей работе мы откажемся от предположения, которое было сделано в работе [9]. Для этого диффузорное течение в соосном коническом канале будем аппроксимировать радиальным расходящимся течением в плоском цилиндрическом секторе (рис. 1), как мы это делали в работе [7] при изучении стабилизированного ламинарного течения. При этом соосный канал, образованный коническими поверхностями с полууглом раскрытия α , как бы разрезается вдоль одной из образующих линий конических поверхностей и разворачивается на плоскость (рис. 1). Верхняя и нижняя стенки канала считаются идентичными, что справедливо в том случае, когда в коническом канале мы можем пренебречь различием в кривизне его границ. В работах [5, 8] показано, что это можно сделать при выполнении условия $R_0 \geq 2.22 \text{hctg} \alpha$. Поэтому плоский канал будет представ-

лечь собой часть цилиндрического сектора с углом раскрытия $\varphi = 2\pi\sin\alpha$ высотой h и ограниченного радиусами R_0 и R_1 (рис. 1б).

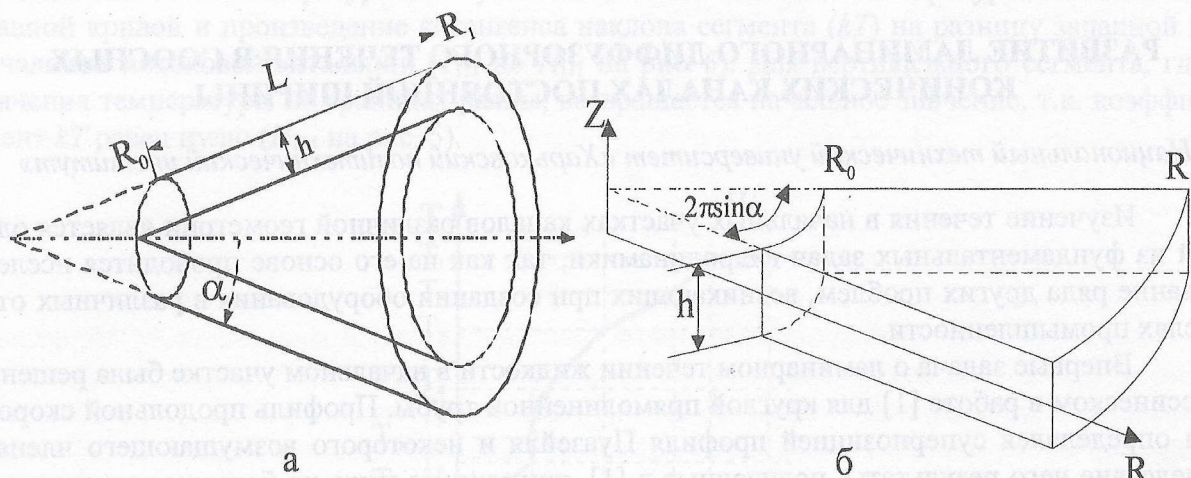


Рисунок 1 – Геометрия соосного конического канала: а – соосный конический канал; б – разворот соосного конического канала на плоскость; L – длина образующей границ канала; R_0, R_1 – радиальные координаты входа и выхода из канала; h – ширина канала; α – полуугол раскрытия конических поверхностей; Z – аксиальная цилиндрическая координата

Течение в таком канале удобно описывать в цилиндрических координатах, связанных с геометрией канала. Вследствие аксиальной симметрии течения жидкости в коническом канале (рис. 1а) аксиальная составляющая скорости жидкости отсутствует, поэтому в плоском канале будет отсутствовать угловая составляющая скорости, а в [7] показано, что при ламинарном течении в таких каналах выполняется условие $V_z = o(V_r)$. Это позволяет нам систему уравнений для стационарного неустановившегося изотермического течения несжимающейся жидкости редуцировать к двум уравнениям и в приближении Озеена [11] записать в виде:

$$\rho U \frac{\partial V_r}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) = 0. \quad (2)$$

Свяжем систему цилиндрических координат с каналом так, чтобы 0 координаты z находился на срединной поверхности канала, и тогда граничные условия для (4) и (5), которыми являются условия прилипания на стенках канала, запишутся в виде:

$$V_r = 0, \quad z = \pm \frac{h}{2}, \quad (3)$$

можно также использовать условие симметрии течения:

$$\frac{\partial V_r}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad (4)$$

которое справедливо только при симметричном распределении скорости на входе в канал. Именно такое распределение скорости мы и будем использовать на входе в канал:

$$V_r = V_0, z = 0, \quad (5)$$

где $V_0 = \frac{Q}{2\pi r_0 h \sin \alpha}$ – средняя скорость течения на входе в канал.

Начальное условие для сравнения выглядит как:

$$P = P_0, r = r_0. \quad (6)$$

Величина P_0 является относительной, поскольку при решении задач гидродинамики для течения жидкости в каналах в большинстве случаев важна и определяется зависимость падения давления вниз по течению – $\Delta P(r) = P(r) - P_0$.

Проинтегрируем уравнение (4) по координате z от $-\frac{h}{2}$ до $\frac{h}{2}$ и вводя безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{r}{r_0}, \chi = \frac{2z}{h}, v = \frac{V_r}{V_0}, R = \frac{\rho V_0 h^2}{4\mu r_0}, y = \xi^2 - 1, \quad (7)$$

получим безразмерное уравнение:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \chi^2} - 2R \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{R}{(y+1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\partial v}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}. \quad (8)$$

Граничные условия для (19) получим из условий (6), (7) и (10):

$$\frac{\partial v}{\partial \chi} = 0, \chi = 0, \quad (9)$$

$$v = 0, \chi = 1, \quad (10)$$

$$v = 1, y = 0. \quad (11)$$

Применяя преобразование Лапласа-Карсона по независимой переменной y к искомой функции в уравнениях (7) – (11), получим:

$$\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \chi^2} - 2Rp(\tilde{v} - 1) = R \left[2p - 2\sqrt{\pi} p^{\frac{1}{2}} p e^p \operatorname{erfc} \left(p^{\frac{1}{2}} \right) \right] + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}, \quad (12)$$

где $\operatorname{erfc}(\chi) = 1 - \operatorname{erf}(\chi)$, а $\operatorname{erf}(\chi)$ – интеграл ошибок,

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \chi} = 0, \chi = 0, \quad (13)$$

$$\tilde{v} = 0, \chi = 1. \quad (14)$$

Решение системы (12) – (14) имеет вид:

$$\tilde{v} = \frac{\sqrt{2R}}{p} \left[p - p\sqrt{\pi p e^p \operatorname{erfc}\left(p^{\frac{1}{2}}\right)} \right] \frac{\sqrt{p} \left(\operatorname{ch}\sqrt{2Rp} - \operatorname{ch}\chi\sqrt{2Rp} \right)}{\sqrt{2Rp} \operatorname{ch}\sqrt{2Rp} - \operatorname{sh}\sqrt{2Rp}} + \frac{\sqrt{2R}\sqrt{p} \left(\operatorname{ch}\sqrt{2Rp} - \operatorname{ch}\chi\sqrt{2Rp} \right)}{\sqrt{2Rp} \operatorname{ch}\sqrt{2Rp} - \operatorname{sh}\sqrt{2Rp}}. \quad (15)$$

И, наконец, выполняя обратное преобразование Лапласа-Карсона, получаем выражение для оригинала безразмерной скорости, описывающее развитие ламинарного диффузорного течения в секториальном канале, который является аппроксимацией соосного конического канала:

$$v = \frac{3}{2} (1 - \chi^2) \frac{1}{\xi} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{v_k^2} \left(1 - \frac{\cos v_k \chi}{\cos v_k} \right) \left[\int_0^{\xi^2-1} \frac{e^{-\frac{v_k^2 \tau}{2R}}}{\sqrt{(\xi^2 - \tau)^3}} d\tau - 2e^{-\frac{v_k^2(\xi^2-1)}{2R}} \right]. \quad (16)$$

Используя (16), мы можем определить выражение для расчета распределения градиента давления в канале. Для этого запишем уравнение (14) в выбранных безразмерных переменных (7):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = \frac{R}{\xi^3} + \frac{\partial v}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}, \quad (17)$$

где $\Pi = \frac{(P - P_0) h^2}{4\mu V_0 r_0}$.

Начальные значения для уравнения (17) задаются соотношением (6), которое в безразмерном виде имеет вид:

$$\Pi = 0, \xi = 1. \quad (18)$$

Интегрируя (17) с учетом (18), получим выражение для определения безразмерного давления вдоль канала:

$$\Pi(\xi) = \frac{R(\xi^2 - 1)}{2\xi^2} + \int_1^{\xi} \frac{\partial v}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1} d\xi. \quad (19)$$

Заметим, что задача (8) – (11), (17), (18) в выбранных нами безразмерных переменных имеет только один определяющий параметр R (7), являющиеся аналогом числа Рейнольдса. В числе Рейнольдса для канальных течений линейный размер представлен, как правило, характерным линейным масштабом задачи, выбранном для обезразмеривания. В данном случае с целью упрощения решения введено два линейных масштаба, т.е. для каждой координаты свой масштаб, поэтому в R в качестве линейного размера входит величина $\frac{h^2}{4r_0}$. Если обозначить $\Lambda = \frac{h}{4r_0}$, то тогда мы можем записать:

$$R = Re \cdot \Lambda, \quad (20)$$

где Re – число Рейнольдса, определенное в [9], как $Re = \frac{\rho h V_0}{\mu}$.

Также отметим, что значение V_0 (9) совпадает с V_0 , определенном в [9], если последнее рассчитывать при половине угла раствора конических поверхностей $\alpha = 90^\circ$. Это обстоятельство мы будем учитывать при сравнении результатов данной работы с результатами, приведенными в [9].

Чтобы определить характер течения жидкости в соосном коническом конфузоре для весьма далеких расстояний от входа, достаточно найти выражение изображения продольной скорости при малых значениях параметра преобразования p [11]. Если устремить $p \rightarrow 0$, то мы получим изображение скорости при $\xi \rightarrow \infty$, т.е. если решить систему уравнений (12) – (14) при $p = 0$, мы получим изображение скорости в области течения, в которой уже отсутствует влияние начального распределения скорости на профиль скорости в рассматриваемой области течения. Это означает, что функциональная зависимость скорости от поперечной координаты χ не изменяется вдоль течения, но может зависеть от ξ , т.е. течение приобретает автомодельный характер.

Именно такое выражение мы получили для изображения скорости, решая уравнения (12) при $p = 0$. Оригинал этого изображения, очевидно, запишется, как:

$$v = \frac{3}{2} (1 - \chi^2) \frac{1}{\xi}. \quad (21)$$

Распределение скорости (21) является предельным распределением, к которому будет стремиться распределение скорости при увеличении координаты ξ для течений с любыми возможными значениями числа R .

Вышесказанное означает, что автомодельное диффузорное течение жидкости в соосном коническом канале с распределением скорости (21) является аналогом установившегося течения в прямолинейном канале с постоянным поперечным сечением, например, течения Пуазейля в круглой трубе. Следовательно, несмотря на то, что при ламинарном диффузорном течении в области коаксиального конического канала, где справедливо распределение скорости (21), скорость будет изменяться вдоль канала, мы можем считать такое течение стабилизированным, поскольку к нему будут стремиться все ламинарные течения при любом значении числа R .

Отметим, что распределение скорости (21) полностью совпадает с решением задачи ламинарного диффузорного течения жидкости в соосных конических каналах в плоском приближении при $Re = 0$, полученном в [7]. Очевидно, что если в (51) положить $R = 0$, то мы опять получим (21), т.е. в этом случае мы получаем стабилизированное течение аналогично тому, как в прямолинейном канале постоянного сечения распределение скорости для установившегося течения получается при решении задачи с числом Рейнольдса, равным нулю.

Отметим также, что для решения (16) выполняется предельный переход: при $R \rightarrow 0$ мы получаем решение для $Re = 0$, определенное в [7].

В случае течения с малыми значениями параметра R профиль скорости устанавливается на достаточно коротком расстоянии от входа в канал (рис. 2). Заметим, что в соответствии с (20) малые значения R не обязательно соответствуют малым значениям Re [9].

Если мы примем, согласно предположению Прандтля, что длина начального гидродинамического участка равна расстоянию от входа в канал, на котором относительное отклонение радиальной скорости развивающегося течения от радиальной скорости уста-

новившегося течения, взятых на срединных поверхностях соосного конического канала, уменьшается до 1 %, т.е. принимая во внимание (16) и (21), получим:

$$\frac{\xi v(0, \xi)}{1.5} - 1 = 0.01. \quad (22)$$

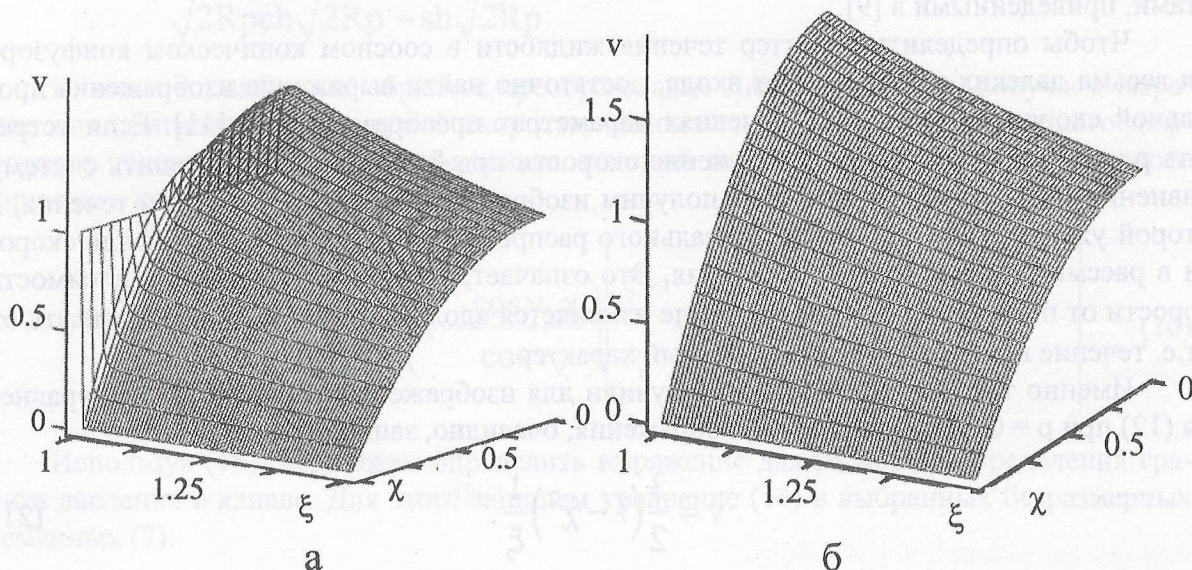


Рисунок 2 – Распределение безразмерной скорости при диффузорном течении в соосном коническом канале: а – в случае развития ламинарного течения при $R = 0.15$; б – в случае стабилизированного ламинарного течения

Для течения с величиной $R = 0.15$ значение безразмерной радиальной координаты, для которого выполняется приведенное выше определение, равно $\xi_{н.г.} = 1.025$ (рис. 3), и тогда безразмерная длина начального гидродинамического участка будет равна $\Delta\xi_{н.г.} = \xi_{н.г.} - 1 = 0.025$. Заметим, что решение, полученное в [9], дает такое же значение длины $\Delta\xi_{н.г.}$ при относительном отклонении скорости на срединной поверхности канала, равном $\varepsilon \approx 2\%$ (рис. 3).

Здесь необходимо отметить, что распределение скорости жидкости вдоль течения в центральной части канала имеет немонотонный характер (рис. 2, 3). Когда значение R невелико, т.е. инерциальные силы незначительны, к такой зависимости приводят два конкурирующих процесса, а именно, вследствие того, что в пределах начального гидродинамического участка из-за тормозящего влияния стенок канала скорость жидкости на периферии канала уменьшается (рис. 2, 3), но условие постоянства расхода жидкости в каждом сечении должно быть выполнено, и поэтому увеличивается скорость в центральной части канала (рис. 2). Вследствие этого же условия (47) средняя скорость диффузорного течения в соосном коническом канале падает вдоль течения. Поэтому, достигнув некоторого значения (необязательно значения скорости при установившемся течении), скорость жидкости в центральной части поперечного сечения канала начинает убывать (рис. 2).

Отметим также, что скорость на срединной поверхности канала достигает своего установившегося значения “снизу” (рис. 3). Достигнув отклонения в 1% от скорости стабилизированного течения, скорость на срединной поверхности становится несколько больше по величине, чем была бы скорость при установившемся течении, но относительное отклонение не превосходит 1%. Превышение установившейся скорости происходит вследствие инерционности течения, хотя и незначительной при малых значениях R .

В рассматриваемом случае распределение безразмерного давления при развивающемся течении незначительно отклоняется от распределения безразмерного давления при установившемся течении при $Re = 0$ [7] (рис. 4). Заметим, что для того, чтобы привести величину безразмерного давления, полученную при решении задачи установившегося течения в работе [7] к масштабу, который используется в настоящей работе, её необходимо умножить на Λ .

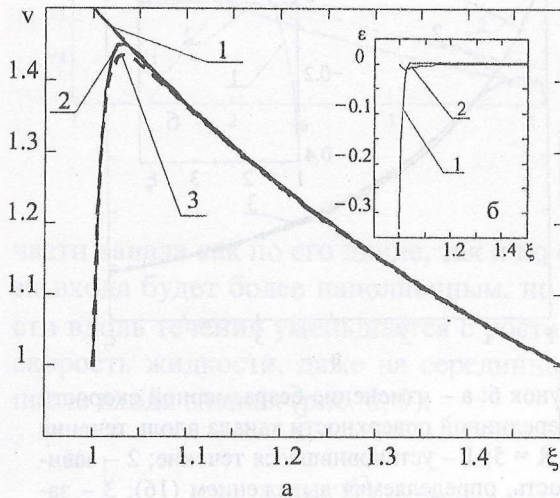


Рисунок 3: а – изменение безразмерной скорости на серединной поверхности канала вдоль течения при: 1 – для $\xi = 1$; 1 – установившееся течение; 2 – зависимость, определяемая выражением (16); 3 – зависимость, полученная в работе [9]; б – относительное отклонение скорости на серединной поверхности при развивающемся течении (16) от скорости на серединной поверхности при стабилизированном течении – 1; 2 – относительное отклонение распределения скорости на серединной поверхности, полученной в работе [9] от распределения (16)

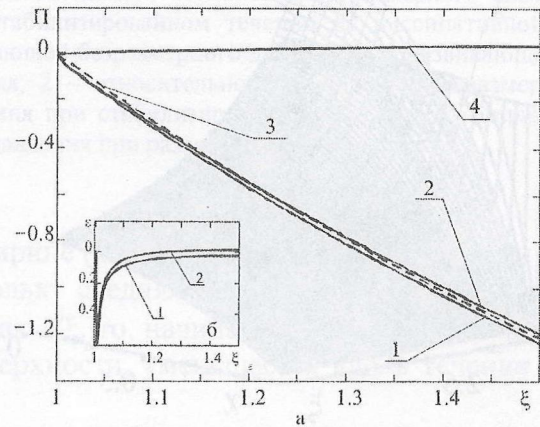


Рисунок 4 – Распределение безразмерного давления и его составляющих вдоль течения при $R = 0.15$: а) распределение диссипативной составляющей безразмерного давления – 1; 2 – распределение безразмерного давления; 3 – распределение безразмерного давления при стабилизированном течении; 4 – распределение инерционной составляющей безразмерного давления; б) распределение вдоль течения: 1 – относительного отклонения безразмерного давления при стабилизированном течении от диссипативной составляющей безразмерного давления для развивающегося течения; 2 – относительного отклонения безразмерного давления при стабилизированном течении от безразмерного давления при развивающемся течении

Увеличение числа R до 5 приводит к тому, что профиль скорости в центральной части течения остается плоским на более значительной части канала, чем в ранее рассмотренных случаях (рис. 5). Радиальная координата, на которой профиль скорости можно считать параболическим, равна $\xi_{н.г.} = 3.025$ (рис. 13), т.е. безразмерная длина начального гидродинамического участка при $R = 5$ составляет величину $\Delta\xi_{н.г.} = 2.025$. Распределение безразмерной скорости, полученное методом, изложенным в работе [9] для $R = 5$, практически совпадает с распределением (16), (рис. 6).

При $R = 5$ отчетливо проявляются некоторые особенности течения, вызванные его инерционными свойствами и геометрией канала. Вблизи входа в канал с развитием ширины пограничных слоев, примыкающих к стенкам каналов, профиль скорости несколько вытягивается, оставаясь при этом более наполненным, чем профиль установившегося течения (рис. 5, 6).

Зависимость скорости жидкости в центральной части канала, также как и в ранее рассмотренных случаях, немонотонна вдоль течения. Достигнув максимального значения, она начинает уменьшаться вследствие увеличения поперечного сечения канала вдоль течения. На некотором расстоянии от входа скорость на серединной поверхности становится равной скорости установившегося течения (рис. 6), но поскольку это значение достигается

в пределах начального гидродинамического участка, где пограничные слои распространяются только на часть канала, центральное ядро течения, двигаясь с инерционными свойствами, приобретает скорость несколько выше, чем скорость жидкости, текущей в этом месте при установившемся течении.

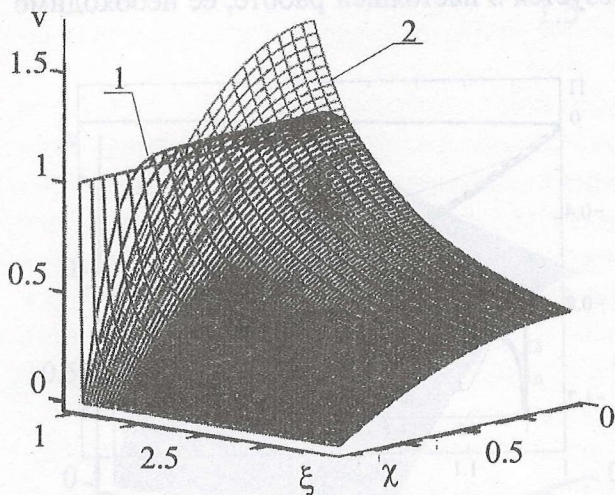


Рисунок 5 – Распределение безразмерной скорости при диффузном ламинарном течении в соосном коническом канале: 1 – в случае развивающегося течения при $R = 5$; б – в случае стабилизированного течения

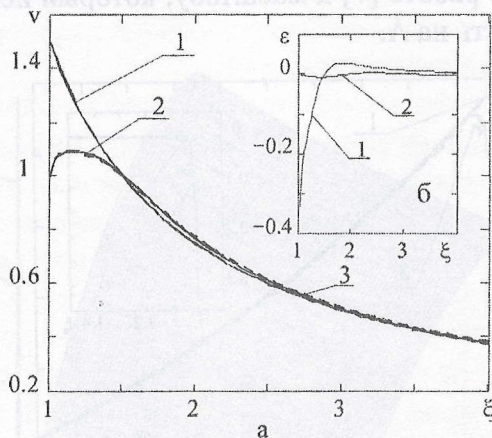


Рисунок 6: а – изменение безразмерной скорости на серединной поверхности канала вдоль течения при $R = 5$; 1 – установившееся течение; 2 – зависимость, определяемая выражением (16); 3 – зависимость, полученная в [9]; б – относительное отклонение вдоль течения при $R = 5$; 1 – скорости на серединной поверхности при развивающемся течении (16) от скорости на серединной поверхности при развитом течении; 2 – скорости на серединной поверхности (16) от распределения скорости на серединной поверхности, полученном в работе [9]

Вследствие того, что начальный гидродинамический участок представляет уже значительную величину, в пределах которой напряжение сдвига на стенках канала превосходит напряжения сдвига для установившегося течения, потери безразмерного давления, вызываемые сопротивлениями границ канала, будут по абсолютной величине больше, чем падение безразмерного давления, рассчитанного без учета инерционных эффектов (рис. 7), т.к. при стабилизированном течении оно не зависит от R и происходит только за счет сопротивления стенок канала.

При $R = 5$ динамический напор на входе выше, чем в ранее рассмотренных случаях, но с уменьшением скорости вдоль течения, потери динамического напора также будут большими, а эти потери это не что иное, как превращение кинетической энергии течения жидкости в энергию ее напряженного состояния. Поэтому безразмерное статическое давление при больших R , начиная с некоторого расстояния от входа, будет выше, чем при малых R (рис. 7), и, конечно же, оно будет выше, чем безразмерное статическое давление вычисленное для установившегося течения без учета инерционных сил.

Дальнейшее увеличение числа R вносит в течение некоторые дополнительные особенности, которые являются более отчетливым появлением инерционных свойств течения, поскольку при больших значениях R инерционные силы начинают преобладать над вязкостными силами. Это приводит, прежде всего, к увеличению длины той части канала, на которой формируется вязкий пограничный слой, вследствие чего равномерное распределение скорости сохраняется на большей, чем в ранее рассмотренных случаях

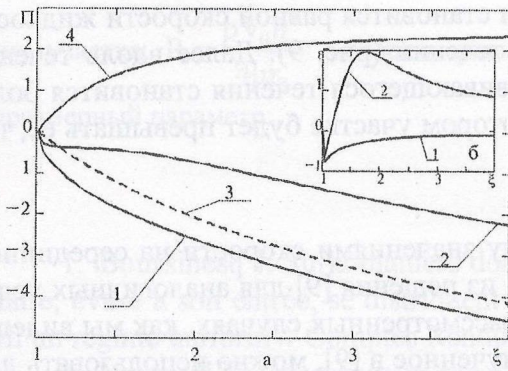


Рисунок 7 – Распределение безразмерного давления и его составляющих вдоль течения при $R = 5$: а) распределение диссипативной составляющей безразмерного давления – 1; 2 – распределение безразмерного давления; 3 – распределение безразмерного давления при стабилизированном течении; 4 – распределение инерционной составляющей безразмерного давления; б) распределение вдоль течения: 1 – относительного отклонения безразмерного давления при стабилизированном течении от диссипативной составляющей безразмерного давления для развивающегося течения; 2 – относительного отклонения безразмерного давления при стабилизированном течении от безразмерного давления при развивающемся течении

части канала как по его длине, так и по его ширине (рис. 8, 9), т.е. профиль скорости вблизи входа будет более наполненным, но поскольку средняя безразмерная скорость жидкости вдоль течения уменьшается с ростом ξ , как $1/\xi$, то, начиная с некоторого значения R , скорость жидкости, даже на срединной поверхности, уменьшается вдоль течения сразу после входа в канал (рис. 8, 9).

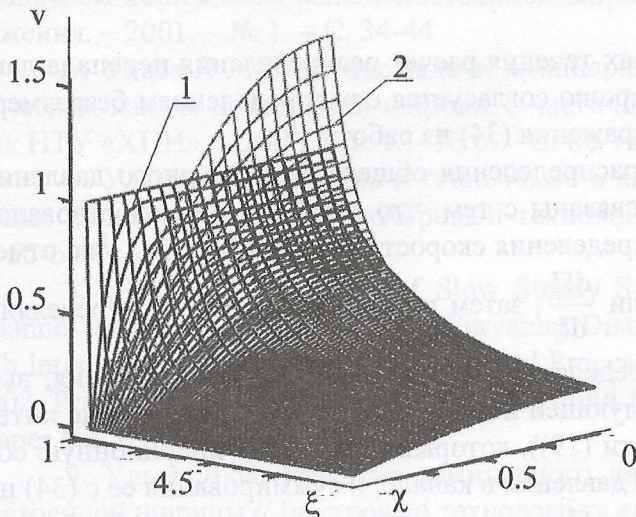


Рисунок 8 – Распределение безразмерной скорости при диффузорном ламинарном течении в соосном коническом канале: 1 – в случае развивающегося течения при $R = 50$; 2 – в случае стабилизированного течения

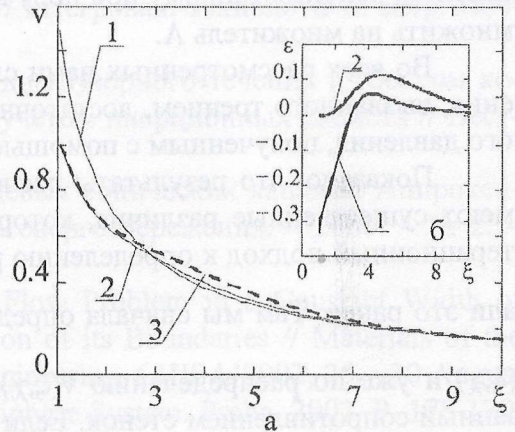


Рисунок 9: а – изменение безразмерной скорости на срединной поверхности канала вдоль течения при $R = 50$: 1 – установившееся течение; 2 – зависимость, определяемая выражением (59); 3 – зависимость, полученная в [9]; б – относительное отклонение вдоль течения при $R = 50$: 1 – скорости на срединной поверхности при развивающемся течении (16) от скорости на срединной поверхности при развитом течении; 2 – скорости на срединной поверхности (16) от распределения скорости на срединной поверхности, полученном в работе [9]

Безразмерная радиальная координата, на которой относительное отличие скорости на срединной поверхности канала, рассчитанное для развивающегося течения от скорости в случае установившегося течения достигает 1% при $R = 50$, равна $\xi_{н.г.} = 9.5$, т.е. $\Delta\xi_{н.г.} = 8.5$ (рис. 9).

Несмотря на то, что скорость жидкости в центральной части канала уменьшается вдоль течения вследствие инерционности течения, это уменьшение происходит менее интенсивно, чем при установившемся течении (рис. 9), поэтому на некотором расстоянии от

входа в канал скорость на срединной поверхности становится равной скорости жидкости на срединной поверхности при установившемся течении (рис. 9). Далее вдоль течения скорость на срединной поверхности в случае развивающегося течения становится больше, чем при стабилизированном течении, и на некотором участке будет превышать её, т.е. при стабилизации $v(0, \xi) \rightarrow \frac{3}{2\xi}$ сверху.

При $R = 50$ максимальное отношение между значениями скорости на срединной поверхности, полученными по (16) и полученными из решения [9] для аналогичных условий, немногим превышает 10 % (рис. 9). В других рассмотренных случаях, как мы видели, это отклонение еще меньше. Поэтому решение, полученное в [9], можно использовать для анализа длины начального гидродинамического участка при диффузном течении в соосных конических каналах.

Сравним распределения давлений вдоль течений, полученных с помощью решения, приведенного в работе [9], с решением (19).

Как и при сравнении распределения безразмерных скоростей на срединной поверхности канала мы будем использовать решение [9] для $\alpha = 90^\circ$, тогда в этом случае для того, чтобы привести значения безразмерного давления, полученные в [9], к масштабу давления, использованному при получении выражения (19), необходимо значение Π из [9] умножить на множитель Λ .

Во всех рассмотренных нами случаях течения расчет распределения перепада давления, вызванного трением, достаточно хорошо согласуется с распределением безразмерного давления, полученным с помощью выражения (34) из работы [9].

Показано, что результаты расчета распределения общего безразмерного давления имеют существенные различия, которые связаны с тем, что в работе [9] использовался итерационный подход к определению распределения скорости в канале, как мы уже отмечали это ранее. Там мы сначала определяли $\frac{d\Pi}{d\xi}$, затем по этой зависимости определяли

$v(\xi, \chi)$ и уже по распределению $v(\xi, \chi)$ определяли перепад безразмерного давления, вызванный сопротивлением стенок. Если следующей итерацией положить вычисление интеграла Бернулли (первый член в правой части (19)), который определяет инерционную составляющую распределения безразмерного давления в канале, и суммирования ее с (34) из [9], то очевидно различие между величинами Π , полученными из выражения (19) и из работы [9], будут достаточно близки. Таким образом, результаты [9] можно использовать и при расчете перепада давления на начальном участке диффузорного течения в соосном коническом канале.

Обозначения: h – ширина соосного конического канала, м; P_0, P – давление на входе в канал и текущее давление, Па; p – параметр преобразования Лапласа – Карсона; Q – объемный расход жидкости, м³/с; r – радиальная координата в цилиндрической системе координат, м; R_0, R – значения радиальных координат входа в канал и выхода из него, м; S – площадь поверхности поперечного сечения соосного конического канала, м²; U – безразмерная средняя по площади поперечного сечения скорость; \tilde{v} – изображение безразмерной радиальной скорости; V_r – радиальная составляющая размерной скорости в цилиндрической системе координат, м/с; V_0 – средняя по поперечному сечению размерная скорость на входе в канал, м/с; z – аксиальная координата в цилиндрической системе координат, м; α – половина угла раскрытия конических поверхностей, образующих границы канала, рад; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с; ρ – плотность жидкости, кг/м³; $\xi_{н.г.}$ – безразмерная радиальная координата, ограничивающая длину начального гидродинамического участка; $\Delta\xi_{н.г.}$ – безразмерная длина начального гидродинамического участка.

ского участка; $R = \frac{\rho V_0 h^2}{4\mu r_0}$ – безразмерный параметр, определяющий решение задачи; $\Lambda = \frac{h}{4r_0}$ – безразмерный параметр.

Литература

1. Boussinesq J. Surla maniere don't les vitesses dans un tube cylindrique de section circulaire, evase a son entrée, se distribuent depuis cette entrée jusqu'aux endroits ou se trouve établi un regime uniform // Comptes Rendus de l'Ac. d. Sc. 1891, Vol. 113. P. 9-15, 49-51.
2. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. Механика. Машиностроение. – Харьков: ХГПУ, 1997. – Вып. 7. – Ч. 2. – С. 22-31.
3. Ульев Л.М. Медленные течения между соосными коническими поверхностями // ИФЖ. – 1998. – Т. 71. – № 6. – С. 1092-1098.
4. Ульев Л.М. Ламинарный теплообмен при диффузорном течении в коаксиальном коническом канале с переменной температурой внутренней стенки // ТОХТ. – 2001. – Т. 35. – № 1. – С. 31-41.
5. Ульев Л.М. Влияние кривизны границ на ламинарное установившееся течение в кольцевом коническом канале постоянной ширины // Интегровані технології та енергозбереження. – 2001. – № 1. – С. 34-44.
6. Ульев Л.М. Решение задачи ламинарного диффузорного течения в соосном коническом канале постоянной ширины с частичным учетом инерционных свойств // Вестник НТУ «ХПИ». – 2002. – Т. 1. – № 6. – С. 66-71.
7. Ульев Л.М. Течение и теплообмен в кольцевых конических каналах. Аппроксимация плоским каналом // Интегровані технології та енергозбереження. – 2000. – № 2. – С. 55-64.
8. Uleev L.M. Solution of Slow Steady State Flow Problem in a Coustant Width of Channel with Taking into Account Curvature Distinction of its Boundaries // Materials of the 15h International Congress of Chemical and Process Engineering. CHISA'2002, 25 – 30 August 2002. Praha, Czech Republic. Summaries 3. Fluid Multiphase System. Praha. 2002. P. 178-179. (paper No. P5.105. P. 11).
9. Ульев Л.М. Развитие ламинарного диффузорного течения в конической щели постоянной ширины // Интегровані технології та енергозбереження. – 2000. – №1. – С. 57-69.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. – С. 712.
11. Слезкин Н.А. Динамика вязкой жидкости. – М.: Гос. изд. тех.-теор. лит., 1955. – С. 520.

УДК 532.5; 678.027

Ульев Л.М.

РОЗВИТОК ЛАМІНАРНОЇ ДИФУЗОРНОЇ ТЕЧІЇ У СПІВВІСНОМУ КОНІЧНОМУ КАНАЛІ ПОСТІЙНОЇ ШИРИНИ

Показані результати теоретичних досліджень стаціонарної ламінарної дифузornoї течії в початковій гідродинамічній ділянці співвісного конічного каналу. Внаслідок рішення рівнянь руху, котрі були записані у приближенні Озеена, були одержані розподілення швидкості рідини у каналі, а також тиску та його градієнту вздовж течії.