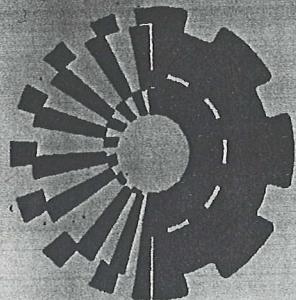


**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
УКРАИНЫ**

ISSN 0453-7998

ISSN 0234-5110

# **ВЕСТНИК**



**Харьковского  
Государственного  
Политехнического  
Университета**

---

---

**Выпуск 33**

**ХГПУ 1999**

Л.М. Ульев, канд. техн. наук

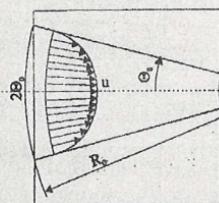
# ОСОБЕННОСТИ НАПОРНО-РАСХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ТЕЧЕНИИ ВЫСОКОВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В КРУГЛЫХ КОНФУЗОРАХ. V. КРИТЕРИИ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ

У цій роботі одержані критерії, які дозволяють оцінити неізотермічність при течії високовязких рідин у круглому конфузорі як у випадку адіабатичної течії, так і при теплообміні з зовнішнім середовищем. За допомогою отриманих критеріїв можна оцінити вплив неізотермічності на динаміку течії та вибрати адекватну математичну модель течії високовязких рідин у кожному конкретному випадку.

В работах [1-5] автором развит метод исследования неизотермического течения высоковязких жидкостей в круглых конфузорах и исследованы напорно-расходные характеристики конфузоров при различной интенсивности теплообмена на границе. В названных работах установлено, что вследствие больших значений вязкости полимеров,

резкой температурно-вязкостной зависимости и малой теплопроводности огромное влияние на перепад давления в канале оказывает как диссиляция энергии, так и теплообмен на границе канала. Результаты, полученные в [2-5], позволяют определить критерии, с помощью которых возможно оценить степень влияния неизотермических эффектов на перепад давления в канале. Неизотермическое течение высоковязкой жидкости в конфузоре определяется параметрами  $Gn$ ,  $Pe$ ,  $Bi$ ,  $\Theta_a$ ,

Рис. 1. Схема течения в конфузоре.  $R_0$ ,  $R_1$ - образующие конфузора и его усеченной части;  $2\theta_0$ -угол раскрытия конфузора;  $r_0$ -радиус выходного отверстия



$\beta$ ,  $\xi_1$  и  $t_0$  [2-5]. Первые два  $Gn$  и  $Pe$ , входящие как коэффициенты в уравнение [2]

$$v \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} - \omega \frac{\sqrt{1-\tau^2}}{\xi^2} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{1}{Pe \xi^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ (1-\tau^2) \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} \right] + \frac{Gn}{Pe} \Phi, \quad (1)$$

где  $v$  и  $\omega$ — радиальная и угловая составляющие безразмерной скорости,  $\Theta$ — безразмерная температура,  $\xi$ — безразмерная координата,  $\tau = \cos \theta$ ,  $\Phi$ — диссиликативная функция [1].

Числа  $Bi$  и  $\Theta_a$  – показывают интенсивность теплообмена с окружающей средой [2],  $\beta$  – характеризует зависимость вязкости от температуры [2] и тем самым связывает поле температур с распределением скорости и давления в канале. В данной работе, также как в [1-5], значения  $\beta$  считаются постоянным и равным  $\beta = 1.44 \cdot 10^{-2}$ . Два последних параметра являются геометрической характеристикой канала (рис.1). Отметим, что в работе [6] автором исследована напорно-расходная характеристика цилиндрического канала для различных значений  $\beta$ .

Известно, что интенсивность процессов конвективного теплообмена характеризуется не только значениями определяющих параметров задачи, но и величиной производных, входящих в уравнения описывающие процесс [7]. Поэтому, кратко проанализируем уравнение (1). Левая его часть изменяется вдоль течения, как  $1/\xi^2$ , первый член в правой части как  $1/\xi^2$ , второй как  $1/\xi^4$ , т.е. эффекты, связанные с диссипацией механической энергии при течении вдоль конфузора, становятся преобладающими по сравнению с кондуктивным и конвективным переносом теплоты [1-5]. Это означает, что сам конфузор в некотором смысле моделирует течение с увеличивающимся расходами жидкости, и для оценки неизотермичности и ее влияния на перепад давления необходимо знать значение параметров, определяющих течение и теплообмен как на входе в конфузор, так и на выходе из него.

Основным параметром, характеризующим влияние теплоты диссипации на динамику течения, является число Нема-Гриффитта [8]  $Gn = \mu v_0^2 / \lambda \Delta T_{rheol}$ , где

$$\Delta T_{rheol} = \left| \frac{\mu(T)}{\left( \frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{T=T_0}} \right| = \beta T_0 - \text{интервал температуры, на котором происходит существенное изменение вязкости в рассматриваемом процессе. Следовательно, число } Gn \text{ представляет отношение характерного теплового потока, возникающего вследствие диссипации механической энергии к тепловому потоку, необходимому для существенного изменения вязкости, а значит и давления.}$$

Если  $Gn \ll 1$  в пределах всего канала, то основное влияние на градиент давления оказывает изменение вязкости за счет теплообмена с окружающей средой. В этом случае, при условии, что величина теплового потока, необходимая для изменения градиента давления, значительно больше, чем тепловой поток на границе канала, т.е. при выполнении условия

$$\frac{\Delta T_{\text{rheol}}}{|T_0 - T_a|} \gg Bi, \quad (2)$$

( $1/\Theta_a \gg Bi$ , если в качестве масштаба температуры используется  $\Delta T_{\text{rheol}}$ )

система уравнений гидродинамики и теплообмена не является сопряженной и перепад давления можно вычислять по зависимости, полученной для изотермического течения [2]. В тех случаях, когда выполняются условия:

$$\frac{\Delta T_{\text{rheol}}}{|T_0 - T_a|} = O(Bi) \text{ или } \frac{\Delta T_{\text{rheol}}}{|T_0 - T_a|} < Bi, \quad (3)$$

при вычислении перепада давления необходимо учитывать изменение градиента давления вследствие изменения вязкости из-за теплообмена с окружающей средой.

Здесь также при некоторых параметрах могут быть сделаны существенные упрощения. Для течения, когда средняя температура жидкости в пределах канала сравнивается со значением температуры окружающей среды, должно выполняться приближенное условие баланса тепловой энергии:

$$c\rho Q |T_0 - T_a| \approx \frac{1}{2} K |T_0 - T_a| S_w, \quad (4)$$

где  $S_w$  – боковая поверхность конфузора.

Следовательно, можно отметить, что при выполнении соотношения:

$$Pe \leq \frac{Bi}{4} \sqrt{\frac{1+\tau_0}{1-\tau_0}} \left(1 - \xi_1^2\right), \quad (5)$$

или

$$St \geq \frac{4}{1-\xi_1} \sqrt{\frac{1-\tau_0}{1+\tau_0}}, \text{ где } St = \frac{K}{c\rho V_0}, \quad (5')$$

в пределах канала достигается равномерное распределение температуры со средним значением близким к  $\Theta_a$  (см. рис. 1, 6 в [3] и рис. 4 в [5]).

Поскольку наибольшее изменение перепада давления в конфузорах с углами раскрытия  $2\theta_0 \geq 5^\circ$  происходит вблизи выхода [5], то оценить  $\Delta P$  при выполнении условий  $Gn \ll 1$ , (3) и (5) можно по изотермической зависимости [2], в которой вязкость определяется при температуре окружающей среды  $\mu = \mu(T_a)$ , что хорошо согласуется с результатами, приведенными на рис. 6 и 7 в [5]. При меньших углах раскрытия конфузора для оценки вязкости можно использовать значение  $\mu = \mu\left(\frac{T_0 - T_a}{2}\right)$ , что также дает хорошее совпадение с результатами численных экспериментов (рис. 5, 7, 10 в [4]).

Заметим, что для малых углов раскрытия конфузора ( $\theta_0 \rightarrow 0$ ) выражение (5) приобретает вид:

$$Pe \leq \frac{Bi}{2\theta_0} (1 - \xi_1^2), \quad (6)$$

и если  $\xi_1 \ll 1$ , то оно принимает вид:

$$Pe \leq \frac{Bi}{2\theta_0}. \quad (7)$$

В случае  $\xi_1 = O(1)$  принимает вид:

$$Pe \leq \frac{Bi}{\theta_0} (1 - \xi_1). \quad (8)$$

При течении со значительным энерговыделением, т.е. когда  $Gn = O(1)$  или  $> 1$  в пределах канала, повышение температуры жидкости вследствие диссипации механической энергии будет оказывать значительное влияние на общий перепад давления. В случаях, исследованных ранее [3-5], числа Нема-Гриффита на выходе из конфузора

$$Gn_{ex} = \frac{\mu V_{0ex}^2}{\lambda \Delta T_{theol}} = \frac{1}{\xi_1^2} Gn_0 \text{ и входе в него отличаются в 10 раз для угла раскрытия } 2\theta_0 \approx 2,2^\circ, \text{ в } 2 \times 10^4 \text{ раз для } 2\theta_0 \approx 30^\circ \text{ и в } 3 \times 10^5 \text{ раз для } 2\theta = 60^\circ.$$

Вследствие этого величина  $Gn_0$ , полученная при обезразмеривании системы уравнений [2] с помощью значения образующей канала  $R_0$  и средней по начальному поперечному сечению канала скорости  $V_0$  [2], неадекватно отражает влияние неизотермичности течения в пределах всего канала (рис. 2). Поэтому, для оценки влияния неизотермичности рассмотрим значение чисел Нема-Гриффита, вычисленных при различных характерных значениях скорости, определяемых геометрией канала. Здесь следует отметить, что в пределах изменения расхода жидкости в [2-5], величина числа  $Re$  на выходе из конфузора всегда удовлетворяла условию  $Re_{ex} \ll 1$ .

$$\text{Для средней по длине конфузора скорости получим } Gn_L = \frac{1}{\xi_1} Gn_0.$$

Вычисляя среднее значение  $Gn$  по длине канала, получим выражение (или, что то же самое, используя среднеквадратичное значение скорости)

$$\overline{Gn} = \frac{\mu_0 Q^2 (R_0^2 + R_0 R_1 + R_1^2)}{12 \pi^2 \lambda (1 - \tau_0)^2 R_1^3 R_0^3 \Delta T_{theol}} = \frac{1 + \xi_1 + \xi_1^2}{3 \xi_1^3} Gn_0. \quad (9)$$

Для определения характерного значения числа Нема-Гриффита можно также использовать выражение:

$$Gn' = \frac{R_0 - R_1}{\int_{R_1}^{R_0} \frac{dR}{Gn}} = \frac{5(1 - \xi_1)}{1 - \xi_1^5} Gn_0. \quad (10)$$

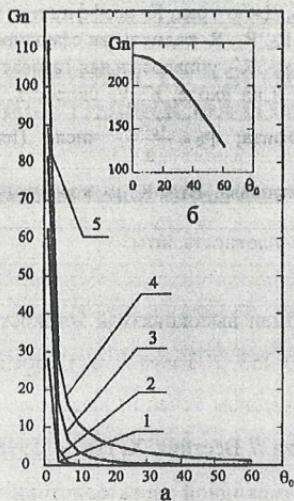


Рис. 2. Зависимость критериев Нема-Гриффита, определенных различным способом от угла раскрытия конфузора. а) 1 – для  $Gn_0$ , 2 – для  $Gn'$ , 3 – для  $Gn_L$ , 4 – для  $\overline{Gn}$ , 5 – для  $\overline{Gn}$  рассчитанного по (12), б) зависимость для  $Gn_{ex}$ .

Понятно, что характер зависимости зависимостей от угла раскрытия конфузора для определенных критериев будет инвариантен относительно изменений расхода жидкости, поэтому для рассмотрения примем  $Q = 0,2 \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$ .

Диссипативные эффекты вблизи выхода из конфузора существенны практически для всех значений  $\theta_0$  (рис.2). Вблизи входа в канал диссипативный разогрев значителен только для малых углов раскрытия. Значение величин  $\overline{Gn}$  и  $Gn'$  характеризуют влияние диссипации механической энергии на динамику течения в пределах всего канала. По результатам численных экспериментов [3-5] и рис.2 можно заключить, что наиболее адекватно отражает влияние неизотермичности на течение величина числа  $\overline{Gn}$ .

Для малых углов раскрытия конфузора выражение (9) можно преобразовать к виду:

$$\overline{Gn} = \frac{1}{\xi_1^4} Gn_0 = \frac{\mu_0 Q^2}{\lambda \pi^2 r_0^4 \Delta T_{rheol}} = Gn_{cyl}, \quad (11)$$

где  $r_0$  – радиус выходного отверстия конфузора (рис.1). В этом случае  $\overline{Gn}$ , выраженное через  $r_0$ , полностью совпадает с определением числа  $\overline{Gn}$  для цилиндра радиуса  $r_0$ .

Для больших углов раскрытия конфузоров и  $\xi_1 \ll 1$  получим:

$$\overline{Gn} = \frac{1}{\xi_1^3 (1 - \xi_1)} Gn_0. \quad (12)$$

В случае  $\xi_1 = 0$  (1) будет справедливо выражение (11).

Значение  $\overline{Gn}$ , рассчитанное по (12) для  $\theta_0 \geq 10^\circ$ , почти полностью совпадает со значением, полученным по (9), а для  $\theta_0 < 10^\circ$  превосходит его, но остается меньше, чем  $Gn_{ex}$  и величина (11) (рис.2). Это означает, что (12) можно использовать для оценки влияния диссипативных эффектов на динамику течения в пределах всего конфузора.

Полученные здесь выражения позволяют определить характер неизотермичности при течении высоковязких жидкостей в конфузорах и выбрать как математическую модель наиболее полно описывающую течение, так и метод ее исследования.

### Обозначения

$a$  – температуропроводность,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $c$  – удельная теплоемкость,  $\text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{град}$ ;  $K$ - коэффициент теплопередачи,  $\text{Дж}/\text{м}^2\cdot\text{с}\cdot\text{К}$ ;  $Q$ - объемный расход жидкости,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R$ - радиальная сферическая координата, формующая конфузора и его усеченной части, м;  $R^*$ - универсальная газовая постоянная  $\text{Дж}/\text{моль}\cdot\text{К}$ ;  $T$ ,  $T_0$ - температура расплава, текущая и на входе, К;  $V$ - скорость,  $\text{м}/\text{с}$ ;

$$Bi = \frac{KR_0}{\lambda} \text{ - число Био; } G_n = \frac{\mu(T_0)V_0^2}{\lambda\Delta T_{\text{theor}}} \text{ - число Нема-Гриффита; } Re = \frac{V_0 R_0}{a} \text{ - число Пекле; }$$

$$Re = \frac{\theta_0 \rho V_0 R_0}{\mu_0} \text{ - число Рейнольдса; } \lambda \text{ - теплопроводность расплава, } \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}; \mu \text{ - коэффициент}$$

динамической вязкости  $\text{Па}\cdot\text{с}$ ;  $2\theta_0$ -угол раствора конфузора;  $\rho$ - плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Индексы: а- относящийся к окружающей среде.

- Список литературы:** 1. Ульев Л.М. Течение и теплообмен высоковязкой жидкости в круглом конфузоре // ТОХТ. – 1992. – Т. 26, №. 2. – С. 243-253. 2. Ульев Л.М. Особенности напорно-расходной характеристики при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в круглых конфузорах. I. Метод исследования // Вестник ХГПУ. – 1998. – Вып. 15. – С. 3-13. 3. Ульев Л.М. Особенности напорно-расходной характеристики при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в круглых конфузорах. II. Течение в каналах с адиабатической стенкой // Вестник ХГПУ. – 1998. – Вып. 15. – С. 14-18. 4. Ульев Л.М. Особенности напорно-расходной характеристики при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в круглых конфузорах. III. Течение с теплообменом на границе. Малые углы раскрытия // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 28 . – С. 26-32. 5. Ульев Л.М. Особенности напорно-расходной характеристики при неизотермическом течении высоковязких жидкостей в круглых конфузорах. IV. Течение с теплообменом на границе. Большие углы раскрытия // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 28 . – С. 33- 7 . 6. Ульев Л.М. Напорно-расходная характеристика круглых формующих каналов при неизотермическом течении расплавов термопластичных полимеров // Инж.-физ. журн. – 1996. – Т. 69, №. 4. – С. 606- 614. 7. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена. – М.: Высшая школа – 1974. – С. 328. 8. Pearson J.R.A. Polymer flows dominated by high heat generation and low heat transfer // Polymer Engng. Sci. – 1978. Vol. 18, No. 3. – P. 222-229.

Поступила в редакцию 3.03.99