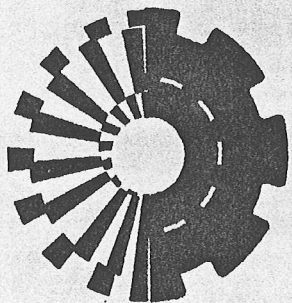


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
УКРАИНЫ

ISSN 0453-7998

ISSN 0234-5110

ВЕСТНИК



Харьковского
Государственного
Политехнического
Университета

Выпуск 15

ХГПУ 1998

ОСОБЕННОСТИ НАПОРНО-РАСХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ТЕЧЕНИИ ВЫСОКОВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В КРУГЛЫХ КОНФУЗОРАХ. I. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

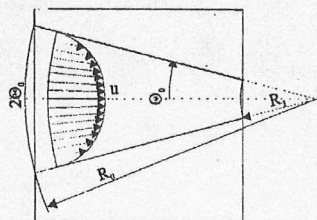
Представлено модифікований метод рішення спряженої системи рівнянь гідродинаміки та теплообміну для неізотермічної течії високов'язких рідин у конічних каналах, основи якого було викладено автором у [1]. Ця модифікація дозволяє збільшити точність розрахунків та за розумний час одержати напорно-розхідну характеристику круглого конфузору як функцію параметрів задачі. Також приведено аналітичний вираз для розрахунку середнього по перерізу конфузору тиску при ізотермічній течії.

Введение

Необходимость использования конических или коническо-цилиндрических фильтров связана со стремлением избежать появления нерегулярности в выдавливаемом экструдате при производстве или переработке полимеров экструзионным способом [2]. Течение в таких каналах, как правило, вследствие значительной диссипации энергии и резкой вязкостно-температурной зависимости происходит в условиях больших градиентов температуры и вязкости. Распределением вязкости в канале при различных расходах расплава и условиях теплообмена с окружающей средой будет определяться напорно-расходная характеристика канала, зная которую можно выбрать оптимальные технологические и конструктивные параметры процесса экструзии [3-6].

Автором изучена напорно-расходная характеристика при неізотермічеському теченні расплавов термопластичных полимеров в [5-8]. В [9] исследовались напорно-расходные характеристики при теченні термопластов в конических каналах, но без учета теплоты диссипации и для температурных граничных условий первого рода.

Рис. 1. Схема течения в конфузоре. R_0 , R_1 - образующие конфузора и его усеченной части; $2\theta_0$ - угол раскрытия конфузора



В настоящей работе исследуется напорно-расходная зависимость для течения расплавов термопластичных полиуретанов (ТПУ) в круглых конфузорах при различных интенсивностях теплообмена с окружающей средой.

Математическая формулировка

Расплавы клеевых марок ТПУ (Витур Т-12К и др.) в пределах изменения параметров переработки ведут себя, как ньютоновские жидкости с вязкостно-температурной зависимостью [10]:

$$\mu(T) = \mu_0 \exp\left[\frac{E}{R^*} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right], \quad (1)$$

где $\mu_0 = 10^3$ Па·с, $E \sim (10^5 \dots 3 \cdot 10^5)$ Дж/моль; $T_0 = 463$ К; R^* - универсальная газовая постоянная, Дж/моль·К.

Для расплавов, представляющих практический интерес, $Q = (10^{-7} \dots 10^{-4})$ м³/с, их физических свойствах $\mu_0 = 10^3$ Па·с, $\rho \sim 1200$ кг/м³, $a \approx 10^{-7}$ м/с и геометрических размеров $R_0 \approx 5 \cdot 10^{-2}$ м, $2\theta_0 \approx 1^\circ \dots 40^\circ$ (рис. 1), число Рейнольдса $Re \approx 10^4$.

Величина числа Рейнольдса позволяет в уравнениях движения пренебречь инерционными членами и записать стационарную систему уравнений движения, неразрывности и теплообмена в круглом конфузоре для аксиально-симметричного течения [3] в виде:

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{\partial \sigma_{RR}}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma_{\theta R}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{RR} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta R} \operatorname{ctg}(\theta)}{R}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma_{RR}}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}) \operatorname{ctg}(\theta) + 3\sigma_{\theta R}}{R}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_R}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{2V_R}{R} + \frac{V_\theta \operatorname{ctg}(\theta)}{R} = 0, \quad (4)$$

$$V_R \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} = a \left[\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right] + \Phi, \quad (5)$$

$$\text{где } \sigma_{RR} = 2\mu \frac{\partial V_R}{\partial R}; \quad \sigma_{\theta\theta} = \mu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial R} - \frac{V_\theta}{R} \right); \quad \sigma_{\varphi\varphi} = 2\mu \left(\frac{V_R}{R} + \frac{V_\theta \operatorname{ctg}(\theta)}{R} \right); \quad \sigma_{\theta R} = 2\mu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_R}{R} \right) -$$

компоненты тензора напряжений в конфузоре; $\Phi = \sigma_{ik} \varepsilon_{ik}$ - диссипационная функция и

$$\varepsilon_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{2\mu} - \text{тензор скоростей сдвига.}$$

Условиями однозначности приведенной системы уравнений будут: условие симметрии на оси течения, условие прилипания на стенке для скорости и условие конвективного теплообмена с окружающей средой, т.е.

$$\frac{\partial V_R}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0, \quad V_\theta = 0, \quad \theta = 0, \quad (6)$$

$$V_R = 0, \quad \frac{\lambda}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} = -K(T - T_a), \quad \theta = \theta_0, \quad (7)$$

условие для температуры и давления на входе в конфузор:

$$T = T_0, \quad P = P_0, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_0, \quad R = R_0, \quad (8)$$

где $P(R) = \frac{1}{1 - \cos \theta_0} \int_0^{\theta_0} P(R, \theta) \sin \theta d\theta$, и условие постоянства расхода $Q = 2\pi R^2 \int_0^{\theta_0} V_R \sin \theta d\theta$.

Для оценки членов в уравнениях движения и теплообмена определим характерные интервалы, на которых происходят основные изменения переменных. Характерным поперечным размером является величина $\theta_0 R$. Продольный размер получим, оценивая величину участков механической l_1 и термической релаксаций [11]

$$l_1 = \frac{V_0 (R_0 \theta_0)^2 \rho}{\mu_0} \approx 10^{-6} \text{ м}, \quad l_2 = Pr \cdot l_1 \approx 10 \text{ м}, \quad (9)$$

а также величину участка формирования маловязкого сдвигового слоя за счет диссипативных эффектов [11]

$$l_3 = Pe Gn^{-3/2} (R_0 \theta_0) \approx 10^3 \text{ м}, \quad (10)$$

т.е. в рассматриваемых течениях диссипативные эффекты на входе в канал незначительны.

Соотношения (9) показывают, что распределение скорости всегда будет "успевать подстраиваться" под изменение температуры, т.е. течение в каждом поперечном сечении канала можно рассматривать как установившееся течение с заданным поперечным распределением вязкости.

В [12] показано, что при медленном течении вязкой жидкости в конусе с углом раскрытия $2\theta_0 < 120^\circ$, $V_R = f\left(\frac{1}{R^2}\right)\phi(\theta) + o\left(\frac{1}{R^2}\right)$; $V_\theta = o\left(\frac{1}{R^2}\right)$, что позволяет пренебречь членами с поперечной составляющей скорости в уравнениях переноса импульса, а величина числа Пекле ($Pe = Re Pr > 10^3$) позволяет пренебречь изменением теплового потока вдоль течения, обусловленного теплопроводностью.

Сделанные предположения позволяют упростить систему уравнений гидродинамики и теплообмена (2)-(5), которые, используя безразмерные переменные и параметры

$$\tau = \cos\theta, \quad \xi = \frac{R}{R_0}, \quad \Pi = \frac{(P - P_0)R_0}{\mu_0 V_0}, \quad v = \frac{V_R}{V_0}, \quad \omega = \frac{V_\theta}{V_0}, \quad \beta = \frac{R^* T_0}{E}, \quad \Theta = \frac{(T - T_0)}{\Delta T_{\text{rheol}}},$$

$$V_0 = \frac{Q}{2\pi(1-\tau_0)R_0^2}, \quad m = \frac{\mu(T)}{\mu(T_0)} = \exp\left(-\frac{\Theta}{1+\beta\Theta}\right), \quad \text{Bi} = \frac{KR_0}{\lambda}, \quad \text{Gn} = \frac{\mu(T_0)V_0^2}{\lambda\Delta T_{\text{rheol}}}, \quad \text{Pe} = \frac{V_0 R_0}{a},$$

$$\Delta T_{\text{rheol}} = \left. \frac{\mu(T)}{\left(\frac{\partial\mu}{\partial T}\right)} \right|_{T=T_0} = \frac{R^* T_0^2}{E} = \beta T_0,$$

запишем в виде

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\xi} = 2 \frac{\partial}{\partial\xi} \left(m \frac{\partial v}{\partial\xi} \right) + \frac{\sqrt{1-\tau^2}}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial\tau} \left(m \sqrt{1-\tau^2} \frac{\partial v}{\partial\tau} \right) + \frac{6m}{\xi} \frac{\partial v}{\partial\xi} - \frac{m\tau}{\xi^2} \frac{\partial v}{\partial\tau}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\tau} = \frac{2m}{\xi} \frac{\partial v}{\partial\tau} + \frac{\partial}{\partial\xi} \left(m \frac{\partial v}{\partial\xi} \right) + \frac{2}{\xi} \frac{\partial}{\partial\tau} (mv), \quad (12)$$

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial\xi} (\xi^2 v) - \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial\tau} (\sqrt{1-\tau^2} \omega) = 0, \quad (13)$$

$$v \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} - \omega \frac{\sqrt{1-\tau^2}}{\xi^2} \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \frac{1}{\text{Pe}\xi^2} \frac{\partial}{\partial\tau} \left[(1-\tau^2) \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} \right] + \frac{\text{Gn}}{\text{Pe}} \Phi, \quad (14)$$

$$\text{где } \Phi = m \frac{1}{\xi^2} \left[4v^2 + (1-\tau^2) \left(\frac{\partial v}{\partial\tau} \right)^2 \right] + 2m \left(\frac{\partial v}{\partial\xi} \right)^2.$$

Граничные условия примут вид

$$\frac{\partial v}{\partial\tau} = 0, \quad \omega = 0, \quad \tau = 1, \quad (15)$$

$$v = 0, \quad \omega = 0, \quad \tau = \cos\theta_0, \quad (16)$$

$$\Pi = 0, \quad \tau = \cos\theta_0, \quad \xi = 1, \quad (17)$$

$$\Theta = 0; \quad \cos\theta_0 \leq \tau \leq 1, \quad \xi = 1, \quad (18)$$

$$\frac{\sqrt{1-\tau^2}}{\xi} \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \text{Bi}(\Theta - \Theta_a), \quad \tau = \cos\theta_0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = 0, \quad \tau = 1, \quad (20)$$

где $\Pi = \frac{1}{1-\tau_0} \int_0^1 \Pi d\tau$, а условие постоянства расхода запишется

$$\xi^2 \int_{\tau_0}^1 v(\tau) d\tau = 1 - \tau_0. \quad (21)$$

Метод решения

Для решения поставленной задачи воспользуемся идеями метода, ранее разработанного автором [1], в котором область течения разбивается на N концентрических конических слоев координатными поверхностями. Далее предполагается, что коэффициент вязкости в поперечном сечении каждого слоя постоянен и равен коэффициенту вязкости, взятому при средней по сечению этого слоя температуре $\bar{\Theta} = \frac{1}{\tau_i - \tau_{i-1}} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \Theta(\tau) d\tau$.

Благодаря такому подходу, уравнения гидродинамики расщепляются на систему $3N$ уравнений, которая (с учетом $\omega = \omega(v)$) примет вид:

$$\frac{1}{m_i} \frac{\partial \Pi_i}{\partial \xi} = \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial v_i}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[(1 - \tau^2) \frac{\partial v_i}{\partial \tau} \right] - \frac{2v_i}{\xi^2}, \quad (22)$$

$$\frac{1}{m_i} \frac{\partial \Pi_i}{\partial \tau} = \frac{2}{\xi} \frac{\partial v_i}{\partial \tau}, \quad (23)$$

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi^2 v_i) = 0. \quad (24)$$

(Здесь и далее, если специально не оговорено, $i = 1, 2, \dots, N$.)

На границах слоев должны выполняться условия сопряжения:

$$v_{i-1} = v_i, \quad \Pi_{i-1} = \Pi_i, \quad m_{i-1} \frac{\partial v_{i-1}}{\partial \tau} = m_i \frac{\partial v_i}{\partial \tau}, \quad i=2,3,\dots,N. \quad (25)$$

Условие постоянства расхода запишется

$$\xi^2 \sum_{i=1}^N \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} v_i d\tau = 1 - \tau_N. \quad (26)$$

Величина l_j (9) говорит о том, что за начальное распределение скорости и давления можно выбрать распределение Харрисона для установившегося изотермического течения [13], и тогда, принимая во внимание (17), условие равенства давлений на границах слоев (25) мы можем заменить на

$$\frac{\partial \Pi_{i-1}}{\partial \xi} = \frac{\partial \Pi_i}{\partial \xi}, \quad i=2,3,\dots,N. \quad (27)$$

Из (24) следует зависимость $v_i = u_i(\tau)/\xi^2$, используя которую из (22), (23) и (25)-(27) получаем выражение для вычисления $u_i(\tau)$

$$u_i(\tau) = k_N \left\{ \frac{m_N}{P_2(\tau_N)} \left[\frac{P_2(\tau)}{m_i} + S_i \right] - 1 \right\}, \quad \tau_i \leq \tau \leq \tau_{i-1}, \quad (28)$$

где $P_2(\tau)$ — многочлен Лежандра первого рода и второй степени,

$$k_N = \sum_{K=1}^N \left\{ \frac{m_N \left[(\tau_K^3 - \tau_K) - (\tau_{K-1}^3 - \tau_{K-1}) \right]}{2m_N P_2(\tau_N)} \left[\frac{m_N}{P_2(\tau_N)} S_K - 1 \right] (\tau_K - \tau_{K-1}) \right\}, \quad S_i = \sum_{K=1}^{N-1} \left(\frac{1}{m_{K+1}} - \frac{1}{m_K} \right) P_2(\tau_K),$$

и обыкновенное дифференциальное уравнение, определяющее среднее по поперечному сечению конфузора давление

$$\frac{d\Pi_i}{d\xi} = \frac{3m_N k_N}{P_2(\tau_N) \xi^4} \left[1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tau_i^2 + \tau_i \tau_{i+1} + \tau_{i+1}^2) \right]. \quad (29)$$

Распределение угловой составляющей скорости определим, интегрируя (13) по толщине слоя и учитывая условия сопряжения

$$\omega_{i-1} = \omega_i, \quad \tau = \tau_i, \quad (30)$$

получим значения ω на границах слоев

$$\omega_i = \frac{1}{\xi \sqrt{1 - \tau_i^2}} \sum_{j=1}^i (\tau_j - \tau_{j-1}) \frac{d\bar{u}_j}{d\xi}, \quad (31)$$

где u_i определяется из (28) усреднением по толщине слоя:

$$u_i = k_N \left\{ \frac{m_N (\tau_i^2 - \tau_i \tau_{i-1} - \tau_{i-1}^2 + 1)}{2P_2(\tau_N) m_i} + \left[\frac{m_N}{P_2(\tau_N)} S_i - 1 \right] \right\} \quad (32)$$

и тогда

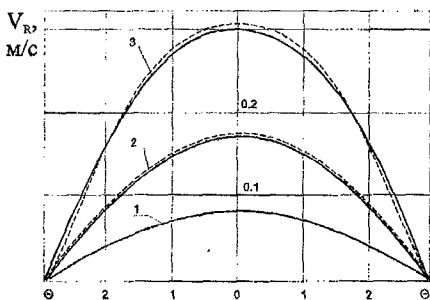
$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}_i}{d\xi} &= k_N \left[\frac{(\tau_i^2 + \tau_i \tau_{i-1} + \tau_{i-1}^2 - 1)}{2P_2(\tau_N) m_i} M_i + \frac{dm_N}{d\xi} \frac{S_i}{P_2(\tau_N)} + \frac{m_N}{P_2(\tau_N)} \frac{dS_i}{d\xi} \right] + \\ &+ \left[\frac{m_N (\tau_i^2 + \tau_i \tau_{i-1} + \tau_{i-1}^2)}{2P_2(\tau_N) m_i} + \frac{m_N}{P_2(\tau_N)} S_i - 1 \right] \frac{dk_N}{d\xi}, \quad \frac{dm_i}{d\xi} = - \frac{m_i}{1 + \beta \Theta_i} \frac{d\Theta_i}{d\xi} \\ \frac{dk_N}{d\xi} &= - \frac{k_N^2}{\Lambda(1 - \tau_N)} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{(\tau_i^3 - \tau_i) - (\tau_{i-1}^3 - \tau_{i-1})}{2P_2(\tau_N)} M_i + \left[\frac{dm_N}{d\xi} S_i + m_i \frac{dS_i}{d\xi} \right] \frac{\tau_i - \tau_{i-1}}{P_2(\tau_N)} \right\}, \end{aligned}$$

щих изменения средних температур в слоях и среднего по поперечному сечению конфузора давления, что на N-1 уравнение меньше, чем в схеме решения, полученного автором ранее [1].

Последнее обстоятельство позволяет увеличить точность вычислений и получить неизотермическую напорно-разходную характеристику конфузора как функцию параметров задачи за разумное время.

Заметим, что если в (28) положить $m = \text{const}$ и, устремив $N \rightarrow \infty$, перейти от сумм к интегралам, заменяя $\tau_k - \tau_{k-1}$ на $d\tau$, получим для профиля скорости распределение Харрисона [13]

$$v(\xi, \tau) = \frac{3(1-\tau_0)}{\xi^2} \frac{\tau^2 - \tau_0^2}{1-3\tau_0^2 + 2\tau_0^2}, \quad (39)$$



с помощью которого из (39) с учетом (2)-(5) получим выражение для определения перепада среднего по сечению конфузора давления при изотермическом течении:

$$\Pi = \frac{2m\tau_0(\tau_0+1)}{1+\tau_0-2\tau_0^2} \left(\frac{1}{\xi^3} - \frac{1}{\xi_0^3} \right). \quad (40)$$

Приведенные на рис. 2 результаты аналитического решения [14] для течения жидкости с рейнولدсовской зависимостью вязкости от температуры $\mu(T) = \mu_0 \exp[-b(T-T_0)]$ и гиперболическим законом изменения температуры на стенке канала показывают хорошее совпадение

Рис. 2. Распределение радиальной составляющей безразмерной скорости для тестовой задачи с граничными условиями первого рода и без учета диссипации механической энергии [14]. Сплошные линии - численное решение, штриховые - решение [14]; 1- $\xi=1$; 2- $\xi=0,65$; 3- $\xi=0,5$

с численным решением при следующих значениях численных параметров: $Q = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$, $2\text{м} < R < 4\text{м}$, $T_2 = 1600 \text{ К}\cdot\text{м}^2$, $b = 3 \cdot 10^{-3}$, $\mu(T_0) = 10^3 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $T_0 = 373 \text{ К}$ (обозначения взяты из [14]). Увеличение b приводит к значительным отклонениям в распределении скоростей вследствие того, что в [14], при получении выражения для составляющих скорости, были опущены конвективные члены в уравнении теплопереноса. В то же время, увеличение b и уменьшение интервала изменения температуры жидкости на стенке дает хорошее совпадение обоих решений, что соответствует допущениям, принятым в [14].

Выводы

Использование среднего по сечению конфузора давления в расчетной схеме решения позволило сократить количество обыкновенных дифференциальных уравнений в системе, к которой редуцируется исходная задача на $N-1$ по сравнению с ранее разработанным методом. За счет чего сокращается время и увеличивается точность расчета, что в свою очередь дает возможность исследовать напорно-расходную характеристику канала.

Обозначения

a – температуропроводность, $\text{м}^2/\text{с}$; c – удельная теплоемкость, $\text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{град}$; E – энергия активации вязкого течения, $\text{Дж}/\text{моль}$; K – коэффициент теплопередачи, $\text{Дж}/\text{м}^2\cdot\text{с}\cdot\text{К}$; P, P_0 – давление текущее и на входе, $\text{Н}/\text{м}^2$; Q – объемный расход жидкости, $\text{м}^3/\text{с}$; R_0, R_1, R – радиальная сферическая координата, формующая конфузора и его усеченной части, м ; R^* – универсальная газовая постоянная $\text{Дж}/\text{моль}\cdot\text{К}$; T, T_0 – температура расплава, текущая и на входе, К ; V – скорость, $\text{м}/\text{с}$; Wi – число Био; $Gr = \frac{\mu(T_0)V_0^2}{\lambda\Delta T_{\text{теол}}}$ – число Нема-Гриффита; Nu_i – безразмерный коэффициент теплообме-

на между слоями; Re – число Пекле; $Re = \frac{\theta_0 \rho V_0 R_0}{\mu_0}$ – число Рейнольдса; St – число Стантона

для i -го слоя; λ – теплопроводность расплава, $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$; μ – коэффициент динамической вязкости $\text{Па}\cdot\text{с}$; θ – угловая сферическая координата, рад ; $2\theta_0$ – угол раствора конфузора; ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Индексы: a – относящийся к окружающей среде; i – номр слоя, R, θ – обозначают радиальную и угловую координаты вектора.

Список литературы: 1. Ульев Л.М. Течение и теплообмен высоковязкой жидкости в круглом конфузоре // ТОХТ. –1992. –Т. 26, №. 2. –С. 243-253. 2. Берихардт Э. Переработка термопластичных материалов. – М.: Химия, 1965. –С. 747. 3. Гадмор З. Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Мир, 1984. – С. 632. 4. Ульев Л.М. Неизотермическое течение расплавов термопластичных полимеров в коническо-цилиндрических фильерах // ТОХТ. –1996. –Т. 30, №. 6. – С. 583- 590. 5. Ульев Л.М. Псизотермическое течение расплавов термопластичных полимеров в круглых формующих каналов // ТОХТ. –1995. –Т. 29, №. 3. – С. 233- 241. 6. Ульев Л.М. Напорно-расходная характеристика круглых формующих каналов при неизотермическом течении расплавов термопластичных полимеров // Инж. –физ. журн. –1996. –Т. 69, №. 4. –С. 606- 614. 7. Uliev L.M. Pressure drop-flowrate characteristic for non-isothermal flow high-viscosity liquids in circular channel // 12 th International Congress of Chemical and Process Engineering. CHISA'96. Praha. 1996. Paper No. P.[0273]. 8. Uliev L.M. Pressure Drop-Flowrate Characteristic for Non-Isothermal Flow Melts of Thermoplastic Polymers in Circular Channels // 5 th World Congress of Chemical Engineering. July 14- 18. 1996. San

Diego. California. Paper No. 79j. 9. *Славнов Е.В., Судакова Л.И.* Гидродинамическое сопротивление экструзионной головки при наличии смазочной пленки // Исследование течений и фазовых превращений в полимерных системах. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1985. – С. 34-37. 10. *Поньмаренко В.Г., Потемня Г.Ф., Ульянов Л.М., Житинкин А.А., Ольховиков О.А.* Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра. // Инж. – физ. журн. – 1990. – Т. 59, № 1. – С. 158- 159. 11. *Ockendon H.* Channel flow with temperature-dependent viscosity and internal viscous dissipation // J. Fluid Mech. –1979. – Vol, 93, Part 4. –P. 737-746. 12. *Керчман В.И.* Медленные течения вязкой жидкости в коническом диффузоре // Изв. АН СССР МЖГ. –1972. –№ 2. –С. 41-47. 13. *Harrison W.J.* // Proc. Cambridge Philos. Soc. – 1920. –Vol.19, part 6. –P. 307. 14. *Найденов В.И.* Течение вязкой жидкости в коническом диффузоре при наличии теплопередачи // Изв. АН СССР. МЖГ. –1974. –№ 1. – С. 138-147.

Приложение А

Для того чтобы определить коэффициенты теплопередачи между слоями Nu_i , решим задачу стационарного теплообмена между тремя соседними слоями:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[(1 - \tau^2) \frac{\partial \Theta(\tau)}{\partial \tau} \right] = 0, \quad \tau_i \leq \tau \leq \tau_{i-1}, \quad (A1)$$

$$\Theta_i(\tau) = \Theta_{i-1}, \quad \frac{\partial \Theta_i(\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial \Theta_{i-1}(\tau)}{\partial \tau}, \quad \tau = \tau_{i-1}, \quad (A2)$$

$$\Theta_i(\tau) = \Theta_i, \quad \frac{\partial \Theta_i(\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial \Theta_{i+1}(\tau)}{\partial \tau}, \quad \tau = \tau_i, \quad (A3)$$

Выражение для вычисления Nu_i определится из совместного рассмотрения уравнения (A1) и условий (A2), (A3):

$$Nu_i = \frac{2}{\xi \sqrt{1 - \tau_i^2}} \left\{ \frac{1}{\tau_i - \tau_{i-1}} \left[(1 + \tau_{i-1}) \ln \frac{1 + \tau_i}{1 + \tau_{i-1}} + (1 - \tau_{i-1}) \ln \frac{1 - \tau_i}{1 - \tau_{i-1}} \right] - \frac{1}{\tau_{i+1} - \tau_i} \left[(1 + \tau_{i+1}) \ln \frac{1 + \tau_{i+1}}{1 + \tau_i} + (1 - \tau_{i+1}) \ln \frac{1 - \tau_{i+1}}{1 - \tau_i} \right] \right\}^{-1}. \quad (A4)$$

Nu_1 определим, полагая на первой границе $\Theta_1 = \Theta_1(\tau)$:

$$Nu_1 = - \frac{2}{\xi \sqrt{1 - \tau_2^2}} \left\{ \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \left[(1 + \tau_2) \ln \frac{1 + \tau_2}{1 + \tau_1} + (1 - \tau_2) \ln \frac{1 - \tau_2}{1 - \tau_1} \right] \right\}^{-1}. \quad (A5)$$

Nu_N определим с помощью (19) и принимая $\tau_0 = \tau_N$:

$$Nu_N = \frac{1}{\sqrt{1-\tau_N^2}} \left\{ \frac{1}{Bi\xi\sqrt{1-\tau_N^2}} + \frac{1}{2(\tau_N - \tau_{N-1})} \left[(1 + \tau_{N-1}) \ln \frac{1 + \tau_N}{1 + \tau_{N-1}} + (1 + \tau_{N-1}) \ln \frac{1 - \tau_N}{1 - \tau_{N-1}} \right] \right\}^{-1}. \quad (A6)$$

Приложение Б

Для первого члена суммы в диссипативной функции Φ_i получим, усредняя по слою:

$$\overline{(1-\tau^2)\tau^2} = \frac{1}{\tau_i - \tau_{i-1}} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (1-\tau^2)\tau^2 d\tau = \frac{1}{5} (\tau_i^4 + \tau_i^3\tau_{i-1} + \tau_i^2\tau_{i-1}^2 + \tau_i\tau_{i-1}^3 + \tau_{i-1}^4) - \frac{1}{3} (\tau_i^2 + \tau_i\tau_{i-1} + \tau_{i-1}^2). \quad (B1)$$

Для того чтобы определить u_i , запишем u_i в форме:

$$u_i(\tau) = k_N \left[\frac{d}{m_i} P_2(\tau) + F_i \right], \quad (B2)$$

где $d = m_N / P_2(\tau)$, $F_i = d \cdot S - 1$.

Вычисляя средние значения величин $P_2(\tau)$ и $P_2^2(\tau)$, получим

$$\overline{P_2(\tau)} = \frac{1}{2} (\tau_i^2 + \tau_i\tau_{i-1} + \tau_{i-1}^2 - 1), \quad \overline{P_2^2(\tau)} = \frac{9}{20} \frac{\tau_i^5 - \tau_{i-1}^5}{\tau_i - \tau_{i-1}} - \frac{1}{2} \frac{\tau_i^3 - \tau_{i-1}^3}{\tau_i - \tau_{i-1}} + \frac{1}{4}, \quad (B3)$$

и тогда мы можем определить $\overline{u_i^2(\tau)}$

$$\overline{u_i^2(\tau)} = k_N^2 \left\{ \frac{9}{20} \left(\frac{d}{m_i} \right)^2 \frac{\tau_i^5 - \tau_{i-1}^5}{\tau_i - \tau_{i-1}} + \left[\frac{d \times F_i}{m_i} - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{m_i} \right)^2 \right] \times (\tau_i^2 + \tau_i\tau_{i-1} + \tau_{i-1}^2 - 1) + \left[F_i - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{m_i} \right) \right]^2 \right\}. \quad (B5)$$

Для того чтобы вычислить третий член в сумме Φ_i , определим

$$\frac{du_i}{d\xi} = k_N \left[\frac{P_2(\tau)}{P_2(\tau_N)} M_i + H_i \right] + \left[\frac{d}{m_i} P_2(\tau) + F_i \right] \frac{dk_N}{d\xi}, \quad (B6)$$

где $H_i = \frac{dm_i}{d\xi} \frac{S_i}{P_2(\tau_N)} + d \frac{dS_i}{d\xi}$, величины $\frac{dk_N}{d\xi}$, $\frac{dS_i}{d\xi}$, $\frac{dm_i}{d\xi}$ и M_i были определены в

(32). Умножая (B6) и (B2) и усредняя результат по поперечному сечению слоя, получим

$$\overline{u_i(\tau) \frac{du_i(\tau)}{d\xi}} = k_N^2 \left\{ \frac{d \times M_i}{m_i P_2(\tau_N)} \overline{P_2^2(\tau)} + \left[\frac{d \times M_i}{m_i} + \frac{M_i (d \times S_i - 1)}{P_2(\tau_N)} \right] \times H_i (d \times S_i - 1) \right\} + \frac{\overline{u_i^2(\tau)} dk_N}{k_N d\xi}. \quad (B7)$$

Аналогично мы можем вычислить и последний член в Φ_i

$$\begin{aligned} \overline{\left[\frac{du_i(\tau)}{d\xi} \right]^2} &= \left[\frac{k_N M_i}{P_2(\tau_N)} + \frac{d}{m_i} \frac{dk_N}{d\xi} \right]^2 \overline{P_2^2(\tau)} + 2 \left[\frac{k_N M_i}{P_2(\tau_N)} + \frac{d}{m_i} \frac{dk_N}{d\xi} \right] \times \\ &\times \left(k_N H_i + \frac{dk_N}{d\xi} F_i \right) \overline{P_2^2(\tau)} + \left(k_N H_i + \frac{dk_N}{d\xi} F_i \right)^2. \end{aligned} \quad (B8)$$

Поступила в редколлегию 20.06.98