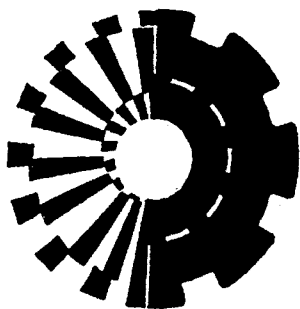


МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ВЕСТНИК



Национального
технического
университета
«Харьковский
политехнический
институт»

3'2001

Вестник

Национального
технического
университета
«Харьковский
политехнический
институт»

Сборник научных трудов **3'2001**

Издание основано Национальным техническим университетом
«Харьковский политехнический институт» в 2001 году

Государственное издание

Свидетельство о государственной регистрации
Серия КВ № 5256 от 2 июля 2001 года

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Председатель

Л.Л. Товажнянский, д-р техн. наук, проф.

Заместители председателя

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.

Е.И. Сокол, д-р техн. наук, проф.

Секретарь координационного совета

О.Б. Анипко, д-р техн. наук, проф.

Члены координационного совета

М.Д. Годлевский, д-р техн. наук, проф.

А.И. Грабченко, д-р техн. наук, проф.

В.Д. Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.

О.К. Морачковский, д-р техн. наук, проф.

М.И. Рыщенко, д-р техн. наук, проф.

В.П. Себко, д-р техн. наук, проф.

В.И. Таран, д-р техн. наук, проф.

А.Ф. Шеховцов, д-р техн. наук, проф.

Харьков 2001

Л.М. Ульев, Харьков, Украина

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ МЕЖДУ КОНИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ С ОБЩЕЙ ВЕРШИНОЙ ПРИ ЧАСТИЧНОМ УЧЕТЕ ИНЕРЦИОННЫХ СВОЙСТВ

The problem of steady state laminar liquid flow between conic surfaces with the common top and with partial account of the inertial properties was solved. Only inertial forces appearing due to alteration of mean velocity with change of the channel cross-section area were taken into account. The expressions for calculation of the pressure drop both for diffuser and for confuser flow are received.

При создании полимерного оборудования часто приходится рассчитывать течения в соосных конических каналах [1, 2], частным случаем которых являются каналы, образованные круглыми коническими поверхностями с общей вершиной. Течение в таких каналах с пренебрежимо малыми числами Рейнольдса исследовано автором в работах [3, 4]. Однако течение в конических каналах имеет существенную особенность, а

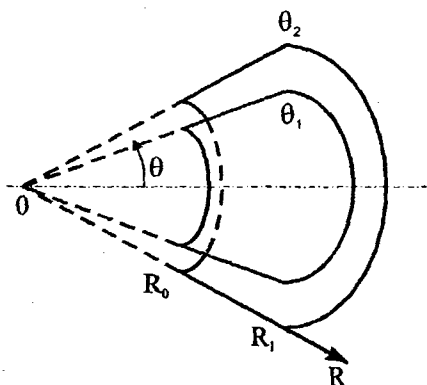


Рис. 1. Геометрия соосного конического канала с общей вершиной: R , θ – радиальная и азимутальная сферические координаты

именно, изменение средней скорости жидкости вдоль течения вследствие изменения поперечного сечения канала. Поэтому инерционный член в уравнениях движения при таком течении всегда будет отличен от нуля. В данной работе мы определим его влияние на перепад давления в канале и выясним пределы применимости ранее полученных решений [3, 4].

Рассматривать течение в соосном коническом канале будем в сферических координатах (рис. 1). В промышленных приложениях разность углов раскрытия конусов, образующих границы, как правило, не превышает 30° , т.е. $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \leq 30^\circ$. В этом случае с помощью уравнения неразрывности, записанного для аксиально-симметричного течения [5]

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 V_R) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta V_\theta) = 0, \quad (1)$$

мы можем оценить соотношение между угловой и радиальной компонентами скорости $V_\theta \sim \Delta \theta V$, т.е. $V_\theta = o(V_R)$. Это позволяет пренебречь угловой составляющей скорости в уравнениях движения и неразрывности и записать их в безразмерных переменных и па-

$$\text{раметрах } \xi = \frac{R}{r_0}, \quad v = \frac{V_R}{V_0}, \quad \Pi = \frac{(P - P_0) r_0}{\mu V_0}, \quad \tau = \cos \theta, \quad V_0 = \frac{Q}{2\pi r_0^2 (\tau_1 - \tau_2)}, \quad Re_0 = \frac{\rho V_0 r_0}{\mu},$$

в виде:

$$Re_0 v \frac{\partial v}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[(1 - \tau^2) \frac{\partial v}{\partial \tau} \right] - \frac{2v}{\xi^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \tau} = \frac{2}{\xi} \frac{\partial v}{\partial \tau}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi^2 v) = 0. \quad (4)$$

Заметим, что здесь r_0 не обязательно совпадает с R_0 — координатой входа в конфузор.

Условиями однозначности для системы уравнений (2) – (4) будут условия прилипания и равенство нулю среднего по поперечному сечению безразмерного давления на входе в канал:

$$v = 0, \quad \tau = \tau_1, \quad (5)$$

$$v = 0, \quad \tau = \tau_2, \quad (6)$$

$$\bar{\Pi} = 0, \quad \xi = \xi_0, \quad (7)$$

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \Pi d\tau, \quad (8)$$

а также условие постоянства расхода в любом поперечном сечении канала:

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} v d\tau = -\frac{\xi_0^2 (\tau_1 - \tau_2)}{\xi^2}. \quad (9)$$

При течении в канале с малыми и умеренными числами Рейнольдса длина начального гидродинамического участка сравнима с шириной канала или меньше [6], поэтому далее будем учитывать только инерционную силу, возникающую вследствие изменения поперечного сечения канала. В левой части (2) в качестве v будем рассматривать характерную среднюю безразмерную скорость течения жидкости:

$$\bar{v} = \frac{\xi_0^2}{\xi^2}. \quad (10)$$

После чего (2) с учетом (4) можно записать в виде:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} - 2 \operatorname{Re}_0 \frac{\xi_0^4}{\xi^5} = \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[(1 - \tau^2) \frac{\partial v}{\partial \tau} \right]. \quad (11)$$

Из (4) следует зависимость $v = \frac{u(\tau)}{\xi^2}$, которая совместно с (3) дает:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = -\frac{6}{\xi^4} u + f'(\xi). \quad (12)$$

Подставляя (12) в (11) и разделяя переменные, получаем уравнения для определения $u(\tau)$ $f(\xi)$:

$$(1 - \tau^2) \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} - 2\tau \frac{\partial u}{\partial \tau} + 6u = -\lambda, \quad (13)$$

$$\xi^4 f'(\xi) - 2 \operatorname{Re}_0 \frac{\xi_0^4}{\xi} = -\lambda, \quad (14)$$

где λ – постоянная разделения.

Решение (13) с учетом (5)–(8) имеет вид [4]:

$$u = \frac{\lambda}{6} [AP_2(\tau) + BQ_2(\tau) - 1], \quad (15)$$

$$\text{где } A = \frac{Q_2(\tau_2) - Q_2(\tau_1)}{P_2(\tau_1)Q_2(\tau_2) - P_2(\tau_2)Q_2(\tau_1)}, \quad B = \frac{P_2(\tau_2) - P_2(\tau_1)}{P_2(\tau_1)Q_2(\tau_2) - P_2(\tau_2)Q_2(\tau_1)}, \quad C = \frac{\Lambda}{2}(\tau_2^2 + \tau_2\tau_1 + \tau_1^2 - 1),$$

$$\lambda = \frac{6\xi_0^2}{C + \frac{B}{4} \left[\frac{\tau_2(\tau_2^2 - 1)}{\tau_1 - \tau_2} \ln \frac{1 + \tau_2}{1 - \tau_2} - \frac{\tau_1(\tau_1^2 - 1)}{\tau_2 - \tau_1} \ln \frac{1 + \tau_1}{1 - \tau_1} - 2(\tau_2 - \tau_1) \right] - 1}, \quad \text{а } P_2(\tau) = 0.5(3\tau^2 - 1),$$

$Q_2(\tau) = \frac{1}{2}P_2(\tau) \ln \frac{1 + \tau}{1 - \tau} - \frac{3}{2}\tau$ – многочлены Лежандра первого и второго рода и второго порядка.

Используя соотношения (7), (12) и (14), получим выражение для определения среднего безразмерного давления:

$$\bar{\Pi}(\xi) = \frac{\operatorname{Re}_0}{2} \left(1 - \frac{\xi_0^4}{\xi^4} \right) + \frac{2\xi_0^2}{\xi^3} + \frac{\lambda}{3} \left(\frac{1}{\xi^3} - \frac{1}{\xi_0^3} \right) - \frac{2}{\xi_0}. \quad (16)$$

Если в качестве масштаба длины использовать величину $r_0 = R_0$, то (16) перепишется в виде:

$$\bar{\Pi}(\xi) = \frac{\text{Re}_0}{2} \left(\frac{\xi^4 - 1}{\xi^4} \right) + \frac{6 + \lambda}{3} \left(\frac{1 - \xi^3}{\xi^3} \right). \quad (17)$$

Конфузорное течение будем рассматривать в безразмерных переменных: $s = 1 - \xi$, $\tau = \cos \theta$, $v = \frac{V_R}{V_0}$, $\Pi = \frac{Q}{2\pi R_1^2 (\tau_1 - \tau_2)}$, $\text{Re}_1 = \frac{\rho V_0 R_1}{\mu}$, и тогда система уравнений, описывающая конфузорное течение с учетом знака скорости, будет выглядеть:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial s} + \text{Re}_1 \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} = \frac{1}{(1-s)^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[(1-\tau^2) \frac{\partial v}{\partial \tau} \right], \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \tau} = -\frac{2}{(1-s)} \frac{\partial v}{\partial \tau}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[(1-s)^2 v \right] = 0, \quad (20)$$

$$v = 0, \quad \tau = \tau_1, \quad (21)$$

$$v = 0, \quad \tau = \tau_2, \quad (22)$$

$$\bar{\Pi} = 0, \quad s = 0, \quad (23)$$

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} v d\tau = \frac{\tau_2 - \tau_1}{(1-s)^2}. \quad (24)$$

Из (20) следует соотношение:

$$v = \frac{u(\tau)}{(1-s)^2}. \quad (25)$$

Для $u(\tau)$ остается в силе выражение (15) при замене ξ_0 на 1, а для распределения среднего по поперечному сечению канала безразмерного давления получаем выражение:

$$\bar{\Pi}(s) = \frac{\text{Re}_1}{2} \left[1 - \frac{1}{(1-s)^4} \right] + \frac{6 + \lambda}{3} \left[1 - \frac{1}{(1-s)^3} \right]. \quad (26)$$

Определяющими параметрами задачи как при диффузорном, так и при конфузорном течении являются значения числа Re и величин углов раскрытия граничных поверхностей. Проанализируем влияние данных параметров на распределение скорости и давления в канале. Рассмотрим течение с параметрами $\text{Re} = 5$, $\theta_1 = 3^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$ в канале, ограниченном продольными координатами $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$.

Распределение скорости в данном случае является существенно несимметричным относительно срединной поверхности канала (рис. 2), т.е. конической поверхности с полууглом раскрытия $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ (рис. 2).

Локализацию максимального значения скорости можно определить из условия $\frac{du}{d\theta} = 0$, что приводит к нелинейному уравнению:

$$\cos \theta \ln \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} - 1 = 0, \quad (27)$$

решение которого показывает, что максимальное значение скорости локализуется на конической поверхности с полууглом раскрытия $\theta_{\text{сх}} \approx 8,2^\circ$.

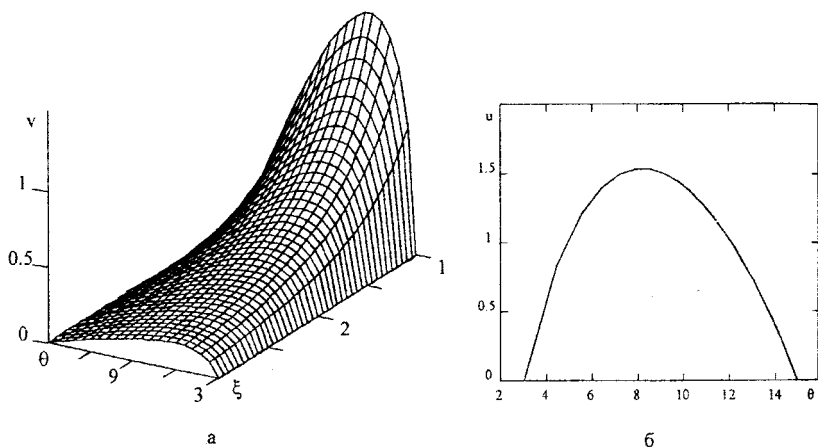


Рис.2. Распределение безразмерной скорости при ламинарном течении в соосном коническом канале с размерами $\xi_0 = 1, \xi_1 = 3, \theta_1 = 3^\circ, \theta_2 = 15^\circ$ – а; зависимость скорости от азимутальной координаты $u(\theta)$ – б

Перепад давления вдоль течения при расчете с учетом инерционных сил по абсолютной величине несколько меньше, чем дает выражение, не учитывающее инерционные силы [4] (рис. 3а). Это связано с тем, что при течении в диффузоре скорость жидкости уменьшается, вследствие чего снижается динамическое давление, а статическое давление в соответствии с законом Бернулли увеличивается. Можно также сказать, что кинетическая энергия жидкости при замедлении ее движения переходит в потенциальную энергию напряженного состояния. Здесь необходимо заметить, что работа сил трения полностью компенсируется работой перекачивающего устройства.

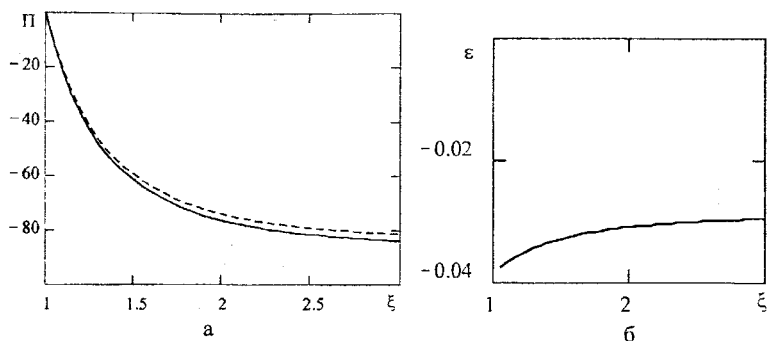


Рис.3. Распределение безразмерного давления вдоль диффузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 3^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$, $Re_0 = 5$ - а; сплошная линия - расчет без учета инерционных сил, штриховая - с учетом; б - распределение относительного отклонения между значениями давления, рассчитанного с учетом инерционных сил и без учета этих сил

Различие в перепаде давления, рассчитанного без учета инерционных сил и с учетом последних для $Re_0 = 5$, не превышает 4 % (рис. 3б). Скачок относительного отклонения этих величин $\varepsilon = \frac{\Pi - \Pi^*}{\Pi^*}$, где Π^* - безразмерное давление, рассчитанное без учета инерционных сил [4], в начале течения (рис. 3) связан с тем, что относительное отклонение ε при $\xi \rightarrow 1$ имеет конечный предел:

$$\lim_{\xi \rightarrow 1} \varepsilon = \frac{2Re_0}{6 + \lambda}, \quad (28)$$

а при больших ξ , т.е. при $\xi \rightarrow \infty$, оно имеет предел:

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \varepsilon = \frac{3Re_0}{2(6 + \lambda)}. \quad (29)$$

Здесь еще раз заметим, что изменение давления рассматривается на участке конического канала с установившемся течением, т.е. гидродинамический начальный участок мы не рассматриваем.

Давайте будем считать, что инерционными силами при расчете перепада давления в канале можно пренебречь при $\varepsilon \leq 5\%$, тогда из (28) и (29) получим значения чисел Рейнольдса, при которых мы вправе это сделать:

$$Re_0 \leq 0.25(6 + \lambda). \quad (30)$$

Выражение (30) можно с достаточно хорошей точностью заменить аппроксимирующим его соотношением

$$Re_0 \leq \frac{0.3}{(\Delta\theta)^2}, \quad (31)$$

где $\Delta\theta$ – разность углов раскрытия конических поверхностей в радианах.

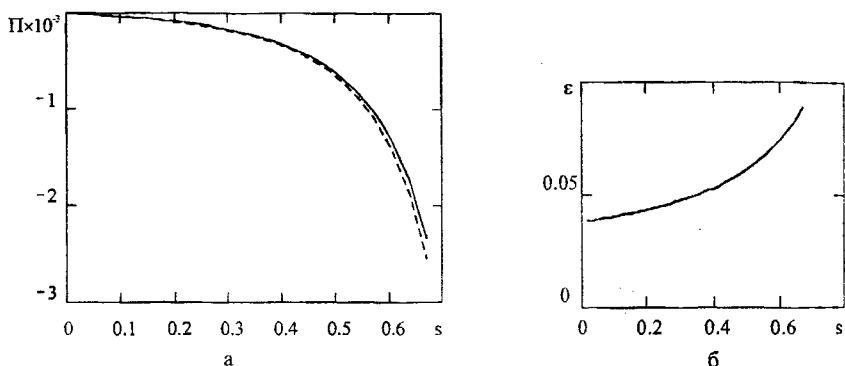


Рис.4. Распределение безразмерного давления вдоль конфузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 3^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$, $Re_1 = 5$ – а; сплошная линия – расчет без учета инерционных сил, штриховая – с учетом; б – распределение относительного отклонения между значениями давления, рассчитанного с учетом инерционных сил и без учета этих сил

При рассмотрении течения в конфузоре с прежними размерами мы должны положить $\xi_0 = 0.33$, $\xi_1 = 1$. Очевидно, что распределение модуля скорости в канале будет совпадать с распределением, представленным на рис.2 с точностью до масштабного множителя. Статическое безразмерное давление в этом случае падает вдоль канала несколько сильнее, чем давление, рассчитанное без учета инерционных сил (рис. 4а). Происходит это вследствие увеличения величины динамического давления при возрастании скорости течения. В данном случае различие в значениях величин давления, рассчитанных с учетом инерционных сил и без учета

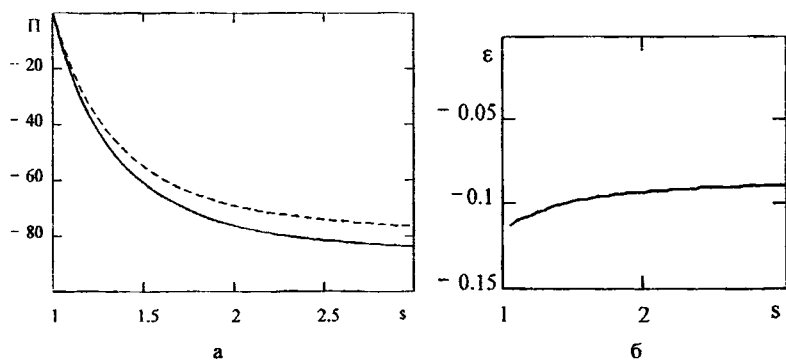


Рис.5. Распределение безразмерного давления вдоль диффузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 3^\circ$, $\theta_2 = 15^\circ$, $Re_0 = 15$ – а; сплошная линия – расчет без учета инерционных сил, штриховая – с учетом; б – распределение относительного отклонения между значениями давления рассчитанного с учетом инерционных сил и без учета этих сил

последних [4], увеличивается вдоль течения (рис. 5). Это происходит вследствие того, в конфузоре скорость жидкости увеличивается, увеличивается и значение инерционных сил, а в диффузоре наоборот.

Для значения $Re_1 = 5$ относительное отклонение ϵ на всей длине канала при конфузорном течении значительно больше, чем при диффузорном (рис. 3, 4) вследствие того, что в первом случае число Re вычисляется для R_1 , а во втором — для R_0 . Увеличив значение Re для диффузорного течения в 3 раза, мы получим совпадение в относительных отклонениях ϵ на всей длине канала (рис. 5).

Вычислим предельные значения ϵ для конфузорного течения при $s \rightarrow 0$ и $s \rightarrow 1$:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \epsilon = \frac{2 Re_1}{6 + \lambda}, \quad \lim_{s \rightarrow 1} \epsilon = \infty. \quad (32)$$

Нетрудно получить зависимость $\epsilon(s)$ при $s \rightarrow 1$, которая имеет вид:

$$\epsilon(s) \approx \frac{3 Re_1}{2(6 + \lambda)} \frac{1}{1 - s}, \quad (33)$$

откуда определим значения чисел Рейнольдса, при которых можно пренебречь инерционными силами, считая, что ϵ не должно превышать 5%:

$$Re_1 \leq 0.03(6 + \lambda) \xi_0. \quad (34)$$

Вместо выражения (34) можно использовать более простое аппроксимирующее его соотношение:

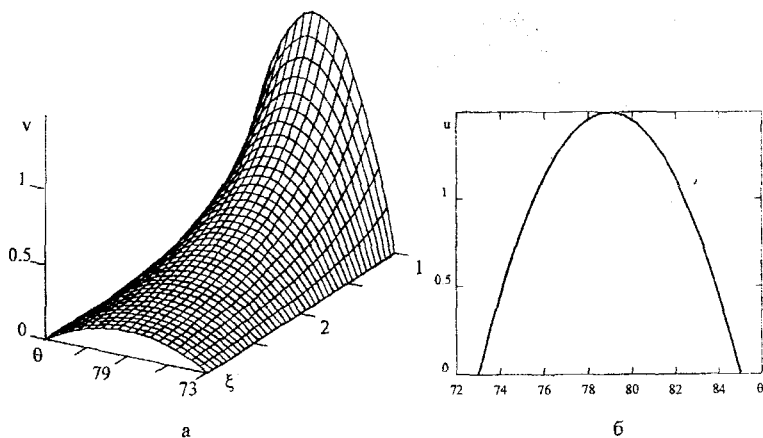


Рис.6. Распределение безразмерной скорости при ламинарном течении в соосном коническом канале с размерами $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 73^\circ$, $\theta_2 = 85^\circ$ — а; зависимость скорости от азимутальной координаты $u(\theta)$ — б

$$Re_1 \leq \frac{0.36\xi_0}{(\Delta\theta)^2}. \quad (35)$$

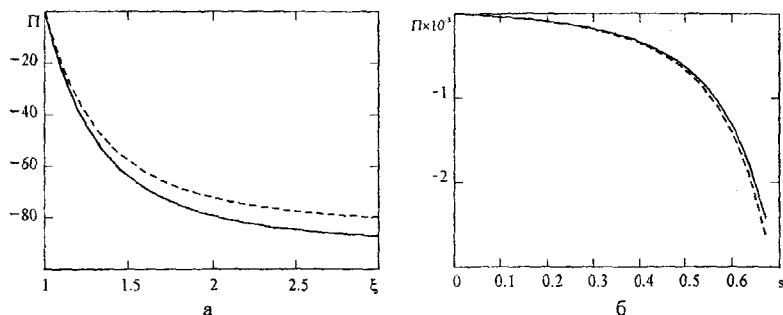


Рис. 7. Распределение безразмерного давления вдоль диффузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 73^\circ$, $\theta_2 = 85^\circ$, $Re_0 = 5 - a$; б – вдоль конфузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 0.33$, $\xi_1 = 1$, $\theta_1 = 73^\circ$, $\theta_2 = 85^\circ$, $Re_1 = 5$. Сплошная линия – расчет без учета инерционных сил, штриховая – с учетом

Если увеличить углы раскрытия граничных поверхностей, не изменяя разности $\theta_2 - \theta_1$, мы тем самым уменьшим различие в их кривизне, что приведет к более симметричному, относительно серединной поверхности канала, профилю скорости. При полууглах раскрытия $\theta_1 = 73^\circ$, $\theta_2 = 85^\circ$ максимум скорости наблюдается на поверхности $\theta_{1c} = 78.98^\circ$, что практически совпадает с углом раскрытия серединной поверхности – 79° (рис.6). Характер изменения безразмерного давления

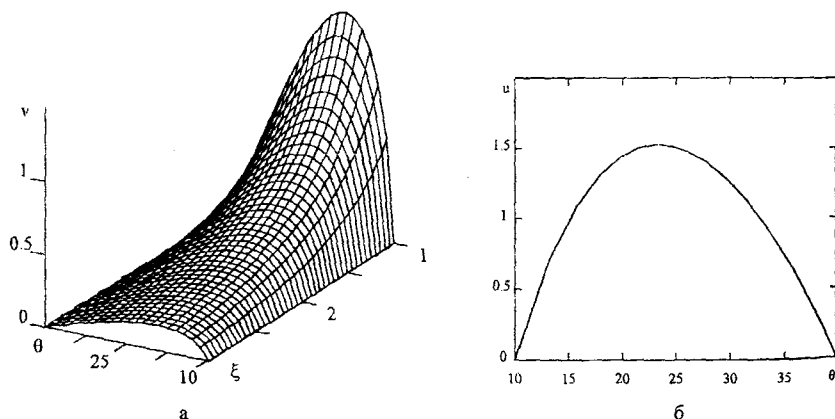


Рис.8. Распределение безразмерной скорости при ламинарном течении в соосном коническом канале с размерами $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ - a$; зависимость скорости от азимутальной координаты $\varphi(\theta) - б$

вдоль канала остается практически прежним (рис. 7).

Увеличение разности между углами раскрытия граничных поверхностей ведет к более значительному изменению величины средней скорости вдоль тече-

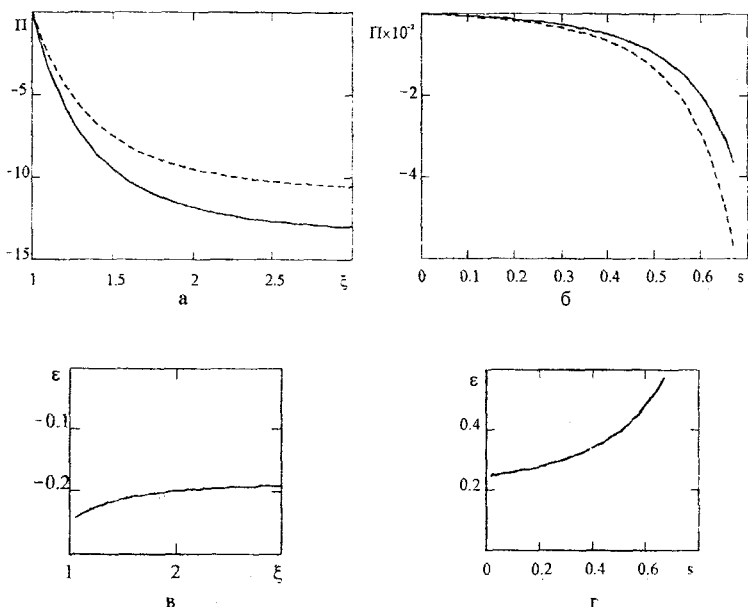


Рис.9. Распределение безразмерного давления вдоль диффузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$, $Re_0 = 5$ - а; б - вдоль конфузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 0.33$, $\xi_1 = 1$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$, $Re_1 = 5$. Сплошная линия - расчет без учета инерционных сил, штриховая - с учетом; в - распределение ϵ для случая а; г - для случая б

ния за счет большего изменения площади поперечного сечения канала вдоль радиуса, а это приводит к большему влиянию инерционных сил на перепад давления.

Рассмотрим течение между конусами с полууглами раскрытия $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$. Вследствие существенной разницы в величинах кривизны поверхностей для одинаковых радиусов, распределение скорости в канале несимметрично относительно срединной поверхности (рис. 8). Максимальное значение скорости локализуется на конической поверхности с полууглом раскрытия $\theta_{сх} = 23.3^\circ$.

Максимальное число Рейнольдса, при котором можно пренебрегать инерционными членами в уравнении движения при расчете давления в этом случае для диффузорного течения равно $Re_0 = 1.1$ (31), а для конфузорного $Re_1 = 0.65$ (35). При течении с $Re_0 = Re_1 = 5$ относительное отклонение ϵ для течения в диффузоре $\sim 20\%$, а в конфузоре значительно больше (рис. 9).

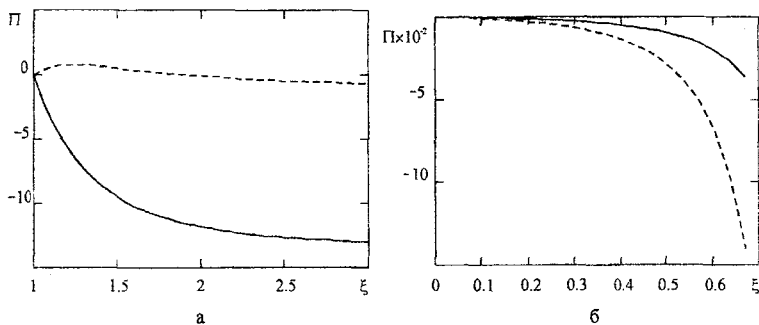


Рис.10. Распределение безразмерного давления вдоль диффузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$, $Re_0 = 25$ - а; б - вдоль конфузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 0.33$, $\xi_1 = 1$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$, $Re_1 = 25$. Сплошная линия - расчет без учета инерционных сил, штриховая - с учетом

Увеличение чисел Рейнольдса до значения $Re = 25$ приводит к тому, что в диффузоре вблизи входа в канал жидкость течет в сторону увеличения давления (рис. 10). Происходит это вследствие того, что наиболее существенное изменение скорости наблюдается при наименьших значениях радиальной координаты (10). Динамическое давление при этом уменьшается пропорционально уменьшению квадрата средней по поперечному сечению канала скорости, а статическое на эту

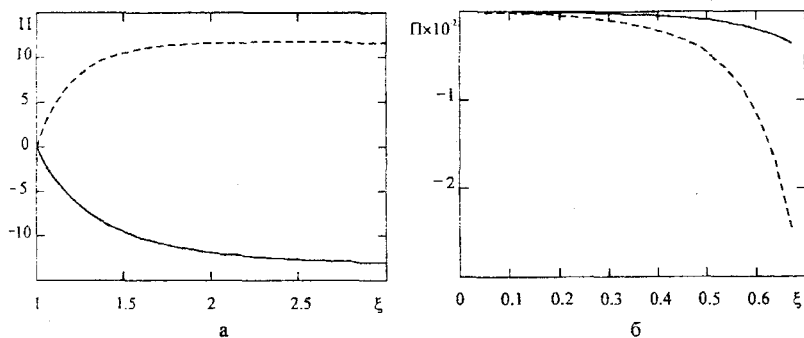


Рис.10. Распределение безразмерного давления вдоль диффузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = 3$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$, $Re_0 = 50$ - а; б - вдоль конфузорного течения с параметрами: $\xi_0 = 0.33$, $\xi_1 = 1$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$, $Re_1 = 50$. Сплошная линия - расчет без учета инерционных сил, штриховая - с учетом

же величину возрастает. Затем уменьшение средней скорости замедляется, и на некотором расстоянии от входа в канал начинает преобладать падение давления вследствие диссипативных свойств течения. Жидкость здесь течет в сторону уменьшения давления (рис. 10).

Обозначения: V – скорость, м/с; P, P_0 – давление текущее и на входе, Па; Q – объёмный расход, м³/с; R, R_0, R_1 – координата радиальная, входа в канал и выхода, м; r_0 – параметр обезразмеривания, как правило, радиус фильерного канала, м; x, y, z – декартовы координаты, м; θ_1, θ_2 – половины углов раскрытия конических поверхностей, образующих границы канала, рад; λ – постоянная разделения; μ – вязкость, Па·с; θ – угловая координата, рад; Re – число Рейнольдса.

Список литературы: 1. *Joshi M. V.* Dies for plastics extrusion. Delhi: Macmillan. India Limited, 1984. 176 p. 2. *Sors L., Bardocz L., Radnoti I.* Plastic molds and dies. Budapest: Akademiai Kiado, 1980. 495 p. 3. *Ульев Л.М.* Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. Механика. Машиностроение. Харьков, ХГПУ. 1997. Вып. 7. Ч. 2. С. 22-31. 4. *Ульев Л.М.* Медленные течения между соосными коническими поверхностями // ИФЖ. 1998. Т. 71, №. 6. С. 1092- 1098. 5. *Слезкин Н.А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Госиздат. тех.-теор. лит. 1955. С. 520. 6. *Тарг С.М.* Основные задачи теории ламинарных течений. М.: Госиздат. тех.-теор. лит. 1951. С. 420.

Поступила в редколлегию 26.03.01

Представлена докт. техн. наук В.Е. Вель