



# ВЕСТНИК

НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

«XIII»

6'2002

Том 1

Харьков

УДК 532.58: 678.027

Л.М. Ульева

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛАМИНАРНОГО ДИФFUЗОРНОГО ТЕЧЕНИЯ В СООСНОМ КОНИЧЕСКОМ КАНАЛЕ ПОСТОЯННОЙ ШИРИНЫ С ЧАСТИЧНЫМ УЧЕТОМ ИНЕРЦИОННЫХ СВОЙСТВ

*The problem of steady state laminar diffuser flow between equidistant conic surfaces and with partial account of the inertial properties was solved. Only inertial forces appearing due to alteration of mean velocity with change of the channel cross-section area were taken into account. The expression for calculation of the pressure drop is received and the main features of flow are analyzed.*

При создании полимерного оборудования часто приходится рассчитывать течения в соосных конических каналах [1, 2], частным случаем которых являются каналы, образованные эквидистантными круглыми коническими поверхностями. Течение в таких каналах с пренебрежимо малыми числами Рейнольдса исследовано автором в работах [3, 4]. Однако течение в конических каналах имеет существенную особенность, а именно, изменение средней скорости жидкости вдоль течения вследствие изменения поперечного сечения канала. Поэтому инерционный член в уравнениях движения при таком течении всегда будет отличен от нуля. В данной работе мы определим его влияние на перепад давления в канале и выясним пределы применимости ранее полученных решений [3, 4].

Рассматривать течение в соосном коническом канале будем так же, как и в работах [3, 4], в биконических координатах (рис. 1), определяемых преобразованием [5]

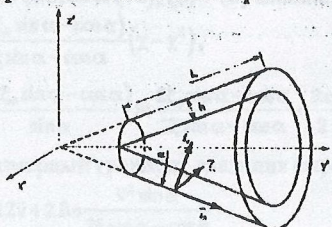


Рисунок 1 - Геометрия конического зазора постоянной ширины: L - длина конической части канала, m; h - ширина зазора, m;  $i_{\alpha}$ ,  $i_{\beta}$  - орты в биконической системе координат

$$z = R \cos \alpha + X \sin \alpha, \quad (1)$$

$$y = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \sin \varphi = \Omega \sin \varphi, \quad (2)$$

$$x = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \cos \varphi = \Omega \cos \varphi. \quad (3)$$

Для исследования течения в соосном коническом канале введем безразмерные величины:  $\xi = \frac{R}{h}$ ,  $\chi = \frac{X}{h}$ ,  $V_0 = \frac{Q}{\pi h^2 (2\xi \sin \alpha - \cos \alpha)}$ ,  $v = \frac{V}{V_0}$ ,  $\Pi = \frac{(P - P_0)h}{\mu V_0}$ . В работе [6]

показано, что в практически важных случаях выполняется условие  $\xi \geq 2.22 \operatorname{ctg} \alpha$ , что позволяет пренебречь влиянием кривизны границ канала на течение, а оценки, выполненные в [3, 4, 6] позволяют редуцировать систему гидродинамических уравнений движения жидкости, записанную в приближении Озеена к одному

уравнению, которое будет иметь вид:

$$\operatorname{Re} \bar{v} \frac{\partial v}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 v}{\partial \chi^2}, \quad (4)$$

$$\text{где } \operatorname{Re} = \frac{\rho h V_0}{\mu}.$$

Граничными условиями для (4) будут условие прилипания и равенство нулю безразмерного давления на входе в канал:

$$v = 0, \quad \chi = 0, \quad (5)$$

$$v = 0, \quad \chi = 1, \quad (6)$$

$$\Pi = 0, \quad \xi = \xi_0. \quad (7)$$

Уравнение неразрывности учтем в виде постоянства расхода жидкости через любое поперечное сечение канала:

$$\int_0^1 (\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) v d\chi = \frac{1}{2} (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha). \quad (8)$$

При ламинарном течении жидкости в каналах с малыми и умеренными числами Рейнольдса длина начального гидродинамического участка, как правило, сравнима с шириной канала или меньше [7], поэтому далее будем учитывать только среднее значение инерционной силы, возникающей вследствие изменения площади поперечного сечения канала. В левой части (4) в качестве  $v$  будем рассматривать характерную безразмерную скорость течения жидкости [8]:

$$\bar{v} = \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (4), получим:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} - 2 \operatorname{Re} \frac{\sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)^2}{(2\xi \sin \alpha - \cos \alpha)^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial \chi^2}. \quad (10)$$

Решение системы (10), (5) – (8) запишется в виде:

$$v = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha} (\chi - \chi^2), \quad (11)$$

$$\Pi = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\sin \alpha} \ln \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha} + \frac{\operatorname{Re}}{2} \left[ 1 - \left( \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha} \right)^2 \right], \quad (12)$$

а безразмерный градиент давления выразится соотношением:

$$\frac{d\Pi}{d\xi} = -12\bar{v} + 2 \operatorname{Re} \frac{\bar{v}^2 \sin \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha}. \quad (13)$$

Заметим, что если в (12) и (13) положить  $\operatorname{Re}_0 = 0$ , то мы получим распределение безразмерного давления и его градиента для медленного диффузорного течения в соосных конических каналах постоянной ширины [3, 8]:

$$\Pi^* = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\sin \alpha} \ln \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha}, \quad (14)$$

$$\frac{d\Pi^*}{d\xi} = -12\bar{v}, \quad (15)$$

а если в (12) и (13) положить  $\alpha = 90^\circ$ , то получим выражения, описывающие распределение безразмерного давления и его градиента при ламинарном радиальном течении в плоском канале:

$$\Pi = 12\xi_0 \ln \frac{\xi_0}{\xi} + \frac{Re}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\xi_0}{\xi} \right)^2 \right], \quad (16)$$

$$\frac{d\Pi}{d\xi} = -12\bar{v} + Re \frac{\bar{v}^2}{\xi}. \quad (17)$$

Определяющими параметрами задачи являются значения чисел  $Re$ , полуугла раскрытия диффузоров  $\alpha$  и координаты входа в канал  $\xi_0$ . Проанализируем влияние данных параметров на распределение давления в канале. Но сначала выясним интервал чисел Рейнольдса, в котором справедливо выражение (14). Будем считать, что инерционными силами, вызванными геометрией канала, можно пренебречь, если относительное отклонение между (12) и (14) не превышает 5%.

При стремлении  $\xi \rightarrow \xi_0$  предел этого относительного отклонения будет равен.

$$\varepsilon = \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \frac{\Pi - \Pi^*}{\Pi^*} = \frac{Re \operatorname{ctg} \alpha}{6(1 - 2\xi_0 \operatorname{ctg} \alpha)}. \quad (18)$$

При стремлении  $\xi \rightarrow \infty$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ , т.е. максимальное различие между (12) и (14) наблюдается в начале течения. Полагая в начале канала  $\varepsilon \leq 0.05$ , мы получим оценку чисел Рейнольдса, вплоть до которых можно пренебрегать инерционными силами, вызванными изменением площади поперечного сечения канала:

$$Re_m = \left| \frac{0.3(1 - 2\xi_0 \operatorname{ctg} \alpha)}{\operatorname{ctg} \alpha} \right|. \quad (19)$$

Для радиального течения в плоском канале (19) примет вид:

$$Re_m = 0.6\xi_0. \quad (20)$$

Если мы будем считать, что координатой входа в канал является наименьшая возможная для принятого приближения координата, т.е.  $\xi_0 = 2.22 \operatorname{ctg} \alpha$ , то получим значение верхней границы чисел Рейнольдса -  $Re = 1.032 \operatorname{ctg} \alpha$ , вплоть до которых можно пренебрегать влиянием инерционных сил, вызванных геометрией канала, для любых значений  $\xi_0$ , удовлетворяющих выбранному приближению.

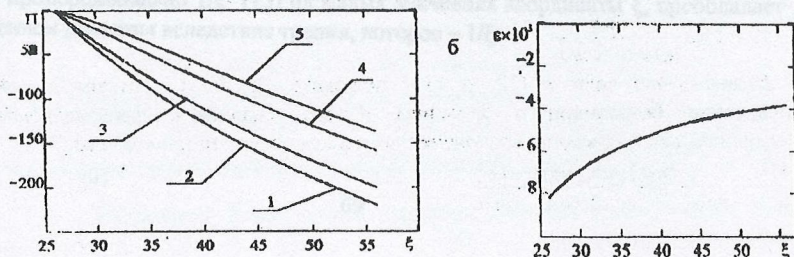


Рисунок 2 - Распределение безразмерного давления вдоль канала с размерами  $\xi_0 = 26$ ,  $\xi_1 = 56$ ,  $\alpha = 5^\circ$  - а - 1 - расчет без учета инерционных сил; 2 - расчет для  $Re = 2$ ; 3 -  $Re = 50$ ; 4 -  $Re =$

150; 5 -  $Re = 200$ . б - распределение относительного отклонения между значениями безразмерного давления, рассчитанного по (12) при  $Re = 2$  и по (14)

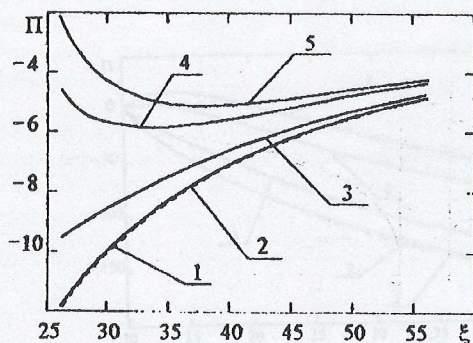


Рисунок 3 - Распределение безразмерного градиента давления вдоль канала с размерами  $\xi_0 = 26$ ,  $\xi_1 = 56$ ,  $\alpha = 5^\circ$  - а: 1 - расчет без учета инерционных сил; 2 - расчет для  $Re = 2$ ; 3 -  $Re = 50$ ; 4 -  $Re = 150$ ; 5 -  $Re = 200$ .

наиболее значительно. Модуль безразмерного градиента давления уменьшается, а вследствие этого уменьшается и перепад давления (рис. 2, 3). Это происходит потому, что с увеличением расхода жидкости, т.е. числа  $Re$ , большая часть кинетической энергии потока при уменьшении скорости вдоль течения переходит в энергию напряженного состояния в соответствии с законом Бернулли. Вдали от входа, где изменение средней скорости с увеличением  $\xi$  меньше, преобладающим является перепад давления диссипативных потерь, т.е. (14) (рис. 3).

Увеличивая угол  $\alpha$ , можно одновременно уменьшать значение  $\xi_0$  и исследовать течение в рамках выбранного приближения.

В случае течения с параметрами  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\xi_0 = 10$ ,  $\xi_1 = 40$  число  $Re_m \approx 5$ , и относительное отклонение между (12) и (14) для  $Re = 5$  не превышает 5% (рис. 4).

Увеличение числа  $Re$  приводит в данном случае к более значительному изменению в распределении безразмерного давления и его градиента (рис. 4, 5). Это происходит вследствие большего изменения средней скорости течения жидкости при увеличении координаты  $\xi$ . При некотором значении числа  $Re$  градиент давления в начале канала становится положительным (рис. 5) и жидкость течет в сторону увеличения давления (рис. 4). Это происходит потому, что при увеличении  $Re$  уменьшение динамического давления, а значит увеличение статического давления, которое пропорционально  $1/\xi^3$  (13) на малых значениях координаты  $\xi$ , преобладает над падением давления вследствие трения, которое  $\sim 1/\xi$ .

Рассмотрим течение для параметров  $\alpha = 5^\circ$ ,  $\xi_0 = 26$ ,  $\xi_1 = 56$  и числах Рейнольдса 2, 50, 150 и 200. Величина числа  $Re_m \approx 12.1$ .

Распределение безразмерного давления при  $Re = 2$  отличается от распределения  $\Pi^a$  не более, чем на 1% (рис. 2).

Распределения безразмерных градиентов давления (13) и (15) в этом случае также практически

совпадают (рис. 3).

Увеличение числа  $Re$  приводит к более существенному влиянию инерционного члена на градиент давления, особенно в начале канала, где изменение средней скорости

Определить значение числа Рейнольдса, при котором жидкость начинает течь

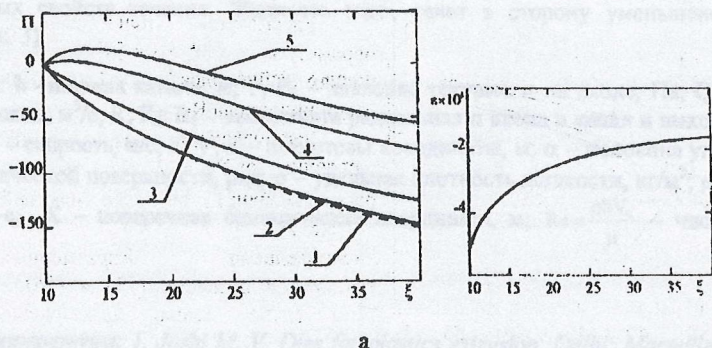


Рисунок 4 - Распределение безразмерного давления вдоль канала с размерами  $\xi_0 = 10$ ,  $\xi_1 = 40$ ,  $\alpha = 15^\circ$  - а: 1 - расчет без учета инерционных сил; 2 - расчет для  $Re = 5$ ; 3 -  $Re = 50$ ; 4 -  $Re = 150$ ; 5 -  $Re = 200$ ; б - распределение относительного отклонения между значениями безразмерного давления, рассчитанного по (12) при  $Re = 5$  и по (14)

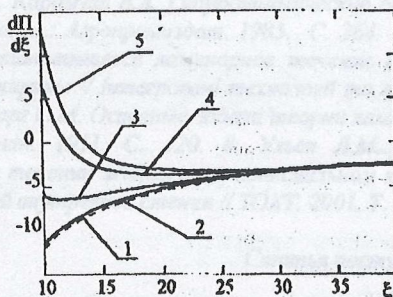


Рисунок 5 - Распределение безразмерного градиента давления вдоль канала с размерами  $\xi_0 = 10$ ,  $\xi_1 = 40$ ,  $\alpha = 15^\circ$  - а: 1 - расчет без учета инерционных сил; 2 - расчет для  $Re = 5$ ; 3 -  $Re = 50$ ; 4 -  $Re = 150$ ; 5 -  $Re = 200$ .

в сторону увеличения давления, можно из

условия  $\left. \frac{d\Pi}{d\xi} \right|_{\xi = \xi_0} = 0$ , что приводит к

выражению:

$$Re^* = 6(2\xi_0 - \text{ctg}\alpha). \quad (21)$$

Очевидно, что для плоского радиального течения (21) примет вид  $-Re^* = 12\xi_0$ .

При дальнейшем течении жидкости вдоль канала, в случае  $Re > Re^*$ , градиент давления уменьшается (рис. 5), но остается положительным, т.е. безразмерное давление увеличивается (рис. 4, 5). И на некотором расстоянии от входа в канал безразмерное давление достигает максимальной величины (рис. 4), а его градиент в этом месте будет равен 0, и тогда локализацию максимальной величины давления в канале определим из

условия  $\frac{d\Pi}{d\xi} = 0$ :

$$\xi_{\text{гн}} = \frac{1}{2\sin\alpha} \left[ \cos\alpha + \sqrt{\frac{1}{6}(6\cos^2\alpha + 2Re\xi_0\sin^2\alpha - Re\sin\alpha\cos\alpha)} \right]. \quad (22)$$

Для плоского радиального течения (22) запишется в виде  $\xi_{\text{гн}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Re\xi_0}{3}}$ .

Уменьшение безразмерного градиента давления вдоль течения связано с

уменьшением средней скорости жидкости и с уменьшением относительного изменения площади поперечного сечения канала при увеличении  $\xi$ . Далее за координатой  $\xi_{\text{Пот}}$  начинает преобладать падение давления вследствие диссипативных свойств течения. Жидкость здесь течет в сторону уменьшения давления (рис. 3).

Обозначения:  $h$  – ширина канала, м;  $P, P_0$  – давление текущее и на входе, Па;  $Q$  – объемный расход, м<sup>3</sup>/с;  $R, R_0, R_1$  – координата радиальная и входа в канал и выхода из него, м;  $V$  – скорость, м/с;  $x, y, z$  – декартовы координаты, м;  $\alpha$  – половина угла внешней конической поверхности, рад;  $\rho$  – удельная плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu$  – вязкость, Па·с;  $X$  – поперечная биконическая координата, м;  $Re = \frac{\rho h V_0}{\mu}$  – число Рейнольдса.

**Список литературы:** 1. Joshi M. V. Dies for plastics extrusion. Delhi: Macmillan. India Limited, 1984. 176 p. 2. Sors L., Bardocz L., Radnoti I. Plastic molds and dies. Budapest: Akademiai Kiado, 1980. 495 p. 3. Ульев Л.М. Медленные течения между соосными коническими поверхностями // ИФЖ. 1998. Т. 71, № 6. С. 1092–1098. 4. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. Механика. Машиностроение. Харьков, ХГПУ: 1997. Вып. 7. Ч. 2. С. 22–31. 5. Гольдин А.М., Карамзин В.А. Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования. М.: Агропромиздат. 1985. С. 264. 6. Ульев Л.М. Влияние кривизны грани на установившееся ламинарное течение в кольцевом коническом канале постоянной ширины // Интеграції технології та енергозбереження. 2001, № 1. С. 34–44. 7. Тарг С.М. Основные задачи теории ламинарных течений. М.: Госиздат. тех. теор. лит. 1951. С. 420. 8. Ульев Л.М. Ламинарный теплообмен при диффузорном течении жидкости в коаксиальном коническом канале с переменной температурой внутренней стенки // ТОХТ. 2001. Т. 35, № 1. С. 31–41.

Статья поступила в редколлегию 12.12.2001

УДК 536.248.2

Р.Г.Акмен, Э.Г.Братуца, О.В.Кружлякова

## РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛООБМЕНА В КОНДЕНСАТОРЕ КОНТАКТНОГО ТИПА

Наведені розрахункові результати визначення об'ємних коефіцієнтів теплообміну у конденсаторі контактного типу, а також проаналізовано вплив об'ємної концентрації краплинної фази на динаміку процесу конденсації по висоті апарату.

Процессы переноса теплоты и массы в контактных конденсаторах чрезвычайно сложны. Их исследование и расчет затрудняют такие факторы, как взаимосвязанность тепло- и массообменных процессов, изменение во времени и