



ВЕСТНИК
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
“ХПИ”

20' 2001

Харьков

*Л.М. Ульев, канд. техн. наук***ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛАМИНАРНОГО
ДИФFUЗОРНОГО ТЕЧЕНИЯ АНОМАЛЬНО ВЯЗКОЙ
ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КОНИЧЕСКОМ КАНАЛЕ**

В роботі одержано рішення задачі ламінарної дифузорної течії рідини Оствальда – де Віля в співвісному конічному каналі за допомогою апроксимації цього каналу плоским каналом. Це рішення дозволяє одержати параметри течії у широкому діапазоні кутів розхилу конічних поверхонь.

Введение

В последнее время в связи с необходимостью создания высокорезультативного перерабатывающего оборудования в химической, нефтехимической, пищевой и других отраслях промышленности значительно повысился интерес к изучению течения высоковязких жидкостей и разработке научно обоснованных методов расчета таких течений в проточных деталях аппаратов. Немалую роль при этом играет тот факт, что экспериментальный подбор оптимальных конструкционных и технологических параметров в настоящее время дорог в связи с ростом цен на материалы и энергоносители. Разработка численных методов расчета также не всегда оправдана, т. к. в некоторых случаях можно получить адекватные аналитические выражения для расчета течения высоковязких жидкостей. Но существующие в настоящее время аналитические методы расчета не в полной мере удовлетворяют современным техническим возможностям проектирования и создания промышленных аппаратов, например, для расчета перепада давления в кольцевых конических каналах сейчас используется их ступенчатая аппроксимация цилиндрическими соосными каналами [1, 2], которая дает удовлетворительные результаты только в ограниченном диапазоне углов раскрытия конических поверхностей [3].

Течение в соосных конических каналах встречается в большинстве экструзионных аппаратов для синтеза и переработки полимеров [4], в экструзионных процессах пищевой и фармацевтической промышленности. Медленные течения высоковязких ньютоновских жидкостей в таких каналах рассмотрены в работах [3, 5, 6], но многие расплавы полимеров в практически интересном интервале скоростей сдвига ведут себя как жидкость Оствальда – де Виля, например, расплав полиэтилена высокой плотности [4]. Даже те расплавы полимеров, которые при больших скоростях сдвига подчиняются линейному реологическому закону, при малых и

умеренных скоростях сдвига, характерных для течения в коаксиальных конических каналах распределительного участка экструзионных головок, имеют нелинейную кривую течения, которая хорошо описывается степенным законом [7, 8]. К степенным жидкостям относятся и некоторые пищевые продукты, например, расплавы карамельных масс [9].

Поэтому данная работа будет посвящена получению аналитических выражений для расчета аксиально-симметричного течения аномально вязкой жидкости в соосных конических каналах (рис. 1а).

Постановка задачи и ее решение

В промышленных приложениях ширина канала h , как правило, значительно меньше длины образующей канала и расстояния до вершины

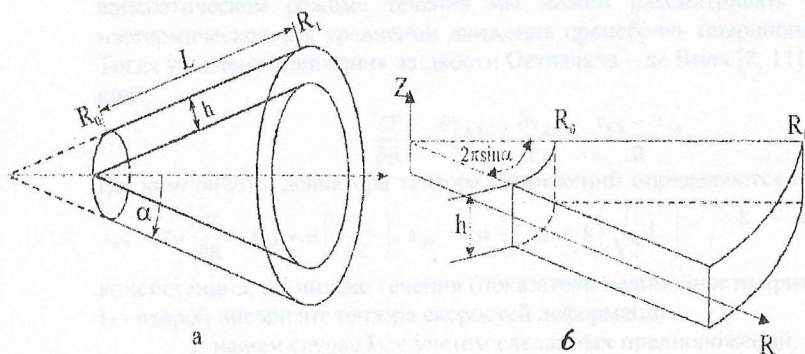


Рис. 1. Геометрия соосного конического канала: а – соосный конический канал; б – разворот соосного конического канала на плоскость

конической поверхности от рассматриваемой точки, например, в трубных или кабельных головках, т.е. $h/R \ll 1$ и $h/L \ll 1$. Для таких условий можно пренебречь разницей в кривизне границ канала и развернуть коаксиальный конический канал на плоскость (рис. 1б). В [10] автором показано, что аппроксимация для ньютоновских жидкостей позволяет получить хорошие результаты для полууглов раскрытия канала $\alpha \geq 15^\circ$ и практически для любых разумных значений отношения R_0/h , а при $R_0/h \geq 20$, и для значительно меньших углов α .

Аксиально-симметричное диффузорное течение в кольцевом коническом канале будет представляться в плоском канале (рис. 1б) как радиальное расходящееся течение, и рассматривать такое течение удобно в цилиндрических координатах.

С помощью уравнения неразрывности

$$\frac{\partial V_R}{\partial R} + \frac{V_R}{R} + \frac{\partial V_z}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

оценим соотношения между радиальной составляющей скорости и составляющей, направленной вдоль оси z . $V_z \approx \frac{h}{L} V_R$, и поскольку $\frac{h}{L} \ll 1$, поперечной составляющей скорости в уравнениях, описывающих течение жидкости в выбранном канале, можно пренебречь.

Числа Рейнольдса и Нема-Гриффита при течении в соосных конических каналах экструзионных головок малы $Re \ll 1, Gn \ll 1$ [4], и поэтому в случаях хорошего термостатирования головок или при адиабатическом режиме течения мы можем рассматривать течение как изотермическое, а в уравнении движения пренебречь инерционным членом. Тогда уравнение движения жидкости Оствальда – де Вилля [8, 11] запишется в виде:

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{\partial \tau_{RR}}{\partial R} + \frac{\partial \tau_{RZ}}{\partial Z} + \frac{\tau_{Rz} - \tau_{\varphi\varphi}}{R}, \quad (2)$$

где компоненты девиатора тензора напряжений определяются по формулам:

$$\tau_{RR} = 2\mu \frac{\partial V_R}{\partial R}, \quad \tau_{RZ} = \mu \left(\frac{\partial V_R}{\partial Z} \right), \quad \tau_{\varphi\varphi} = 2\mu \frac{V_R}{R}, \quad \mu = k \left(\sqrt{\frac{1}{2} I_2} \right)^{n-1}, \quad k - \text{коэффициент}$$

консистенции, n - индекс течения (показатель нелинейности кривой течения), I_2 - второй инвариант тензора скоростей деформации.

В нашем случае I_2 , с учетом сделанных предположений, имеет вид:

$$I_2 = 8 \frac{V_R^2}{R^2} + 2 \left(\frac{\partial V_R}{\partial Z} \right)^2, \quad (3)$$

и поскольку $\frac{Z}{R} \ll 1$, то первым членом в (3) можно пренебречь и положить

$$I_2 = 2 \left(\frac{\partial V_R}{\partial Z} \right)^2.$$

Подставляя I_2 в (2), получим

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 2k(n-1) \frac{V_R}{R^2} \left| \frac{\partial V_R}{\partial Z} \right|^{n-1} + k \frac{\partial}{\partial Z} \left(\left| \frac{\partial V_R}{\partial Z} \right|^{n-1} \frac{\partial V_R}{\partial Z} \right). \quad (4)$$

Вследствие неравенства $h/L \ll 1$ пренебрегаем в правой части (4) первым членом по сравнению со вторым и записываем уравнение движения в безразмерных переменных $\bar{r} = \frac{(P - P_0)h^n}{kV_0^n}$, $\xi = \frac{R}{h}$, $\chi = \frac{Z}{h}$, $v = \frac{V_R}{V_0}$ в виде:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\left| \frac{\partial v}{\partial \chi} \right|^{n-1} \frac{\partial v}{\partial \chi} \right), \quad (5)$$

где $V_0 = \frac{Q}{2\pi R_0 h \sin \alpha}$.

Начальными и граничными условиями для уравнения (5) являются условия прилипания на стенках канала, заданное давление на входе и симметричный профиль скорости:

$$v = 0, \quad \chi = \frac{1}{2}, \quad (6)$$

$$\frac{dv}{d\chi} = 0, \quad \chi = 0, \quad (7)$$

$$\Pi = 0, \quad \xi = \xi_0. \quad (8)$$

Уравнения (5) – (8) записаны в цилиндрической системе координат, в которой начало оси χ находится на середине ширины канала.

Интегрируя (5) по χ с учетом (7), получим:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} \chi = \left| \frac{\partial v}{\partial \chi} \right|^{n-1} \frac{\partial v}{\partial \chi}. \quad (9)$$

Поскольку $\frac{\partial v}{\partial \chi} < 0$ при $\chi > 0$ и $\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} < 0$ в пределах канала, перепишем (9) как:

$$\frac{\partial v}{\partial \chi} = - \left(- \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} \right)^{\frac{1}{n}} \chi^{\frac{1}{n}}. \quad (10)$$

Далее интегрируя (10) с учетом (6), получаем:

$$v = \frac{n}{n+1} \left(- \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} \left[1 - (2\chi)^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (11)$$

Для определения градиента давления воспользуемся уравнением неразрывности, записанным в виде условия постоянства расхода в любом поперечном сечении канала:

$$\int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} v 2\pi R \sin \alpha dh = Q, \quad (12)$$

или в безразмерном виде:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} v d\chi = \frac{\xi_0 v_0}{\xi}, \quad (13)$$

откуда и получим выражение для определения градиента давления:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = -2^{n+1} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \left(\frac{\xi_0}{\xi} \right)^n. \quad (14)$$

С помощью (14) находим распределение безразмерной скорости и безразмерного давления в канале:

$$v = \frac{2n+1}{n+1} \frac{\xi_0}{\xi} \left[1 - (2\chi)^{\frac{n+1}{n}} \right], \quad (15)$$

$$\Pi = \frac{2^{n+1}}{1-n} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \xi_0 \left[1 - \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)^{1-n} \right]. \quad (16)$$

Заметим, что если в (14) и (15) положить $n = 1$, мы получим выражения, определяющие градиент давления и распределение скорости в случае течения ньютоновской жидкости [10]:

$$\frac{\partial \Pi_N}{\partial \xi} = -12 \frac{\xi_0}{\xi}, \quad (17)$$

$$v = \frac{3}{2} \frac{\xi_0}{\xi} [1 - 4\chi^2]. \quad (18)$$

Аналогично, если в (16) перейти к пределу $n \rightarrow 1$, получим выражение для перепада безразмерного давления в канале при течении ньютоновской жидкости [10]:

$$\Pi_N = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{2^{n+1}}{1-n} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \xi_0 \left[1 - \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)^{1-n} \right] = 12 \xi_0 \ln \frac{\xi_0}{\xi}. \quad (19)$$

Обсуждение результатов

Рассмотрим основные свойства течения в кольцевом коническом канале для псевдопластической жидкости с $n = 0.3$, ньютоновской жидкости $n = 1$ и дилатантной жидкости $n = 1.3$.

Для псевдопластической жидкости вследствие нелинейной зависимости

$$\mu = k \left| \frac{\partial v}{\partial z} \right|^{n-1} \quad \text{вязкость}$$

жидкости вблизи стенок канала меньше, чем в центральной области. В результате профиль скорости у вязкопластической жидкости более наполненный, чем у ньютоновской (рис. 2), что аналогично прямолинейному течению в плоском канале [12]. У дилатантной же жидкости вследствие уменьшения текучести на периферии

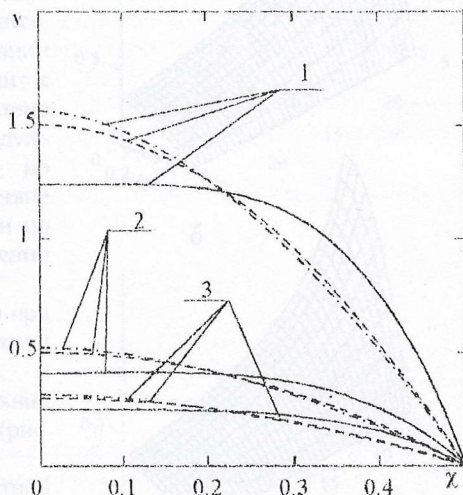


Рис. 2. Распределение безразмерной скорости поперек канала: 1 — на входе в канал, $\xi = 5$; 2 — для $\xi = 15$; 3 — на выходе из канала, $\xi = 25$. Сплошные линии для жидкости с $n = 0.3$, штриховые для $n = 1$, штрих-пунктирные для $n = 1.3$.

профиль скорости более вытянут, чем у ньютоновской жидкости (рис. 2). И это соотношение между распределениями скорости рассматриваемых жидкостей сохраняется на протяжении всего канала (рис. 2, 3).

Вследствие того, что вязкость псевдопластической жидкости у стенок канала в начале течения, где скорость сдвига наибольшая, меньше, чем у ньютоновской жидкости, касательные напряжения здесь на стенки канала также меньше. А это ведет к тому, что градиент давления в начале канала при течении псевдопластической жидкости значительно меньше по абсолютной величине, чем у ньютоновской жидкости (рис. 4а). Далее вдоль течения в расширяющемся канале скорость жидкости уменьшается, уменьшается и скорость деформации сдвига у стенок канала, что приводит к росту вязкости, но вследствие уменьшения скорости сдвига модуль градиента давления уменьшается, но менее значительно вследствие увеличения вязкости на периферии по сравнению с уменьшением при течении ньютоновской жидкостью (рис. 4а).

Поэтому перепад давления при течении псевдопластической жидкости меньше, чем у ньютоновской, и зависимость его от продольной координаты близка к линейной (рис. 4б).

При течении дилатантной жидкости вязкость вблизи стенок выше, чем у ньютоновской, поэтому модуль градиента давления и перепад давления здесь больше, но вдоль течения с уменьшением скорости сдвига у дилатантной жидкости уменьшается и вязкость, что ведет к

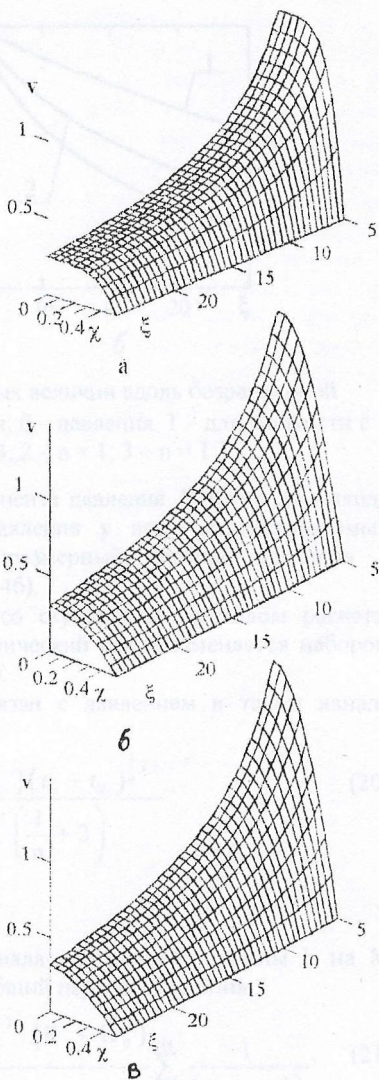


Рис. 3. Распределение безразмерной скорости в канале:
 а — для жидкости с $n = 0,3$,
 б — для $n = 1$, в — для с $n = 1,3$

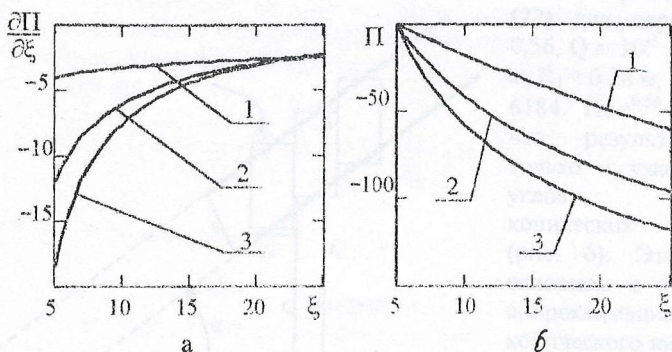


Рис. 4. Распределение безразмерных величин вдоль безразмерной координаты ξ : а – градиента давления; б – давления. 1 – для жидкости с индексом течения $n = 0.3$; 2 – $n = 1$; 3 – $n = 1.3$

более резко уменьшению модуля градиента давления. В итоге на выходе из канала безразмерные градиенты давления у всех рассматриваемых жидкостей практически равны, а безразмерный перепад давления у дватантной жидкости наибольший (рис. 4б).

Сравним полученное решение со ступенчатым методом расчета, предложенным в [1, 2], где соосный конический канал заменяется набором соосных цилиндрических каналов (рис. 5).

Расход степенной жидкости связан с давлением в таком канале соотношением [12]

$$Q = \frac{1}{k^{1/n}} \left(\frac{\Delta P_1}{\Delta l_1} \right)^{1/n} \frac{\pi (r_{i1} + r_{o1}) (r_{i1} - r_{o1})^{1+2/n}}{2^{1/n} \left(\frac{1}{n} + 2 \right)}, \quad (20)$$

справедливым для $\frac{r_{i1} - r_{o1}}{r_{i1}} < 0.5$ [13].

При разбиении конического канала постоянной ширины h на M цилиндрических каналов, мы получаем общий перепад давления:

$$\Delta P_n = \frac{Q^n k 2^{1+2/n} \left(\frac{1}{h} + 2 \right) (\cos \alpha)^{1+2/n} (R_1 - R_0)}{\pi^n M h^{1+2/n}} \sum_{i=1}^M \frac{1}{(r_{i1} + r_{o1})^n}. \quad (21)$$

Размерный перепад давления в полученном решении определяется как:

$$\Delta P = \frac{\Pi k V_0^n}{h^n}. \quad (22)$$

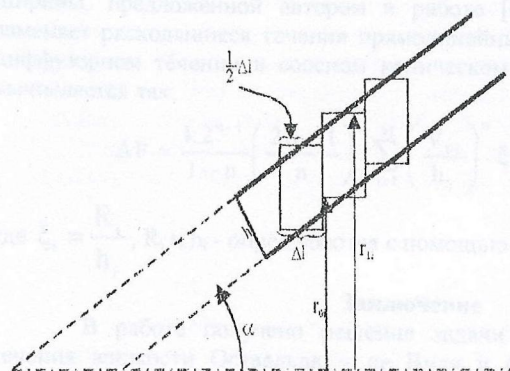


Рис. 5. Аппроксимация соосного конического канала постоянной ширины коаксиальными цилиндрическими каналами: Δl — длина цилиндрической секции; Γ_0 , Γ_1 — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров

Сравнение (21) и (22) для параметров $\mu = 0.56$, $Q = 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$, $R_0 = 0.08 \text{ м}$, $R_1 = 0.38 \text{ м}$, $h = 0.01 \text{ м}$, $k = 6184 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0.56}$ показывают, что результаты близки только в узком диапазоне углов раскрытия конических поверхностей (рис. 6). Это связано в основном с тем, что при аппроксимации соосного конического канала соосными цилиндрическими, расходящееся течение заменяется прямолинейным, а при углах раскрытия $2\alpha > 60^\circ$ такая аппроксимация становится физически бессмысленной.

В том случае, когда образующие конических поверхностей,

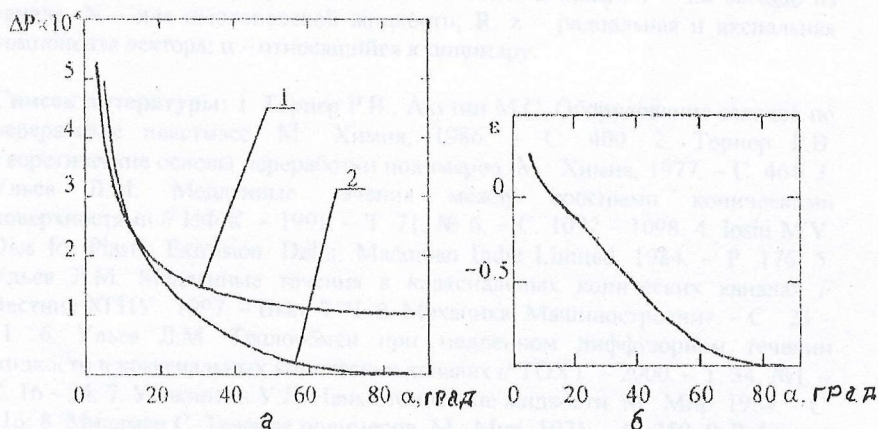


Рис. 6. Зависимость от половины угла раскрытия конических поверхностей: а — перепада давления при течении жидкости с параметрами $k = 6184 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0.56}$, $\mu = 0.56$ в соосном коническом канале постоянной ширины с размерами: $R_0 = 0.08 \text{ м}$, $R_1 = 0.38 \text{ м}$, $h = 0.01 \text{ м}$. 1 — расчет по (22), 2 — по (21); б — относительного отклонения между величинами (22) и (21)

ограничивающих канал не параллельны, можно воспользоваться ступенчатой аппроксимацией такого канала соосными коническими каналами постоянной ширины, предложенной автором в работе [6]. Такая аппроксимация не заменяет расходящиеся течения прямолинейными, и перепад давления при диффузорном течении в соосном коническом канале переменной ширины вычисляется так:

$$\Delta P = \frac{k 2^{n-1}}{1-n} \left(\frac{2n-1}{n} \right)^n \sum_{i=1}^M \left(\frac{V_{0i}}{h_i} \right)^n \tau_{ci} \left[1 - \left(\frac{\xi_i}{\xi_{i-1}} \right)^{1-n} \right], \quad (23)$$

где $\xi_i = \frac{R_i}{h_i}$, R_i и h_i - определяются с помощью метода, изложенного в [6]

Заключение

В работе получено решение задачи ламинарного диффузорного течения жидкости Осгвальда - де Вилля в соосном коническом канале, позволяющее определять параметры течения в широком диапазоне углов раскрытия конических поверхностей.

Обозначения

h - ширина канала, м; k - коэффициент консистенции, Па·сⁿ; L - длина образующей канала, м; n - индекс течения; P - давление, Па; Q - расход, м³/с; R - радиальная координата, м; V - скорость, м/с; z - аксиальная координата, м; α - половина угла раскрытия конических поверхностей, рад; μ - вязкость, Па·с; τ - напряжение сдвига, Па; индексы: 0 - характеризует величину на входе в канал; 1 - на выходе из канала; N - для ньютоновской жидкости; R, z - радиальная и аксиальная компонента вектора; c - относящийся к цилиндру.

- **Список литературы:** 1. Торнер Р.В., Акутин М.С. Оборудование заводов по переработке пластмасс. М.: Химия, 1986. - С. 400. 2. Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия, 1977. - С. 464. 3. Ульев Л.М. Медленные течения между соосными коническими поверхностями // ИФЖ. - 1991. - Т. 71, № 6. - С. 1092 - 1098. 4. Ioshi M.V. Dies for Plastic Extrusion. Delhi: Macmilan India Limited. 1984. - P. 176. 5. Ульев Л.М. Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. 1997. - Вып. 7. Ч. 2. Механика. Машиностроение. - С. 23 - 31. 6. Ульев Л.М. Теплообмен при медленном диффузорном течении жидкости в коаксиальных конических каналах // ТОХТ. - 2000. - Т. 34, №1. - С. 16 - 24. 7. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. М.: Мир 1964. - С. 216. 8. Мидлман С. Течение полимеров. М.: Мир. 1971. - С. 259. 9. Зубченко А.В., Левин Ю.М., Брехов А.Ф. Расчет потери давления, обусловленного внутренним трением между цилиндрическими слоями степенной жидкости // Известия Вузов "Пищевая технология". - 1989. № 6. - С. 59 - 61. 10. Ульев

Л.М. Течение и теплообмен в кольцевых конических каналах. Аппроксимация плоским каналом // ИТЕ. – 2000. №2. – С. 55 – 65. 11. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия. 1984. – С. 632. 12. Sors L., Bardocz L., Radnoti I. Plastic molds and dies, Budapest: Akademiai Kiado, 1980. – P. 495. 13. Смольский Б.М., Шульман З.П., Гориславец В.М. Реодинамика и теплообмен нелинейно-вязкопластичных материалов. – Минск: Наука и технология, 1970. – С. 448.

Фрагменты общей теории износа огнеупоров в тепловых агрегатах
(на примере магнезиальных огнеупоров для кислородных конвертеров)

Я.Р. Красс, канд. техн. наук (Украина, Германия)

Введение

Научно-техническая революция 20 века определила развитие всех отраслей промышленности, науки и техники.

Наука и практика в области силикатов вообще и в области огнеупоров в частности и их служба в тепловых агрегатах базируется на фундаментальных основах физики и химии твердых, жидких и газообразных тел, теории металлургических и теплотехнических процессов, механике (теории прочности, упругости и разрушения), физической химии, термодинамике и т.д.

Требование повышения конкурентоспособности продукции как в отраслях изготавливающих, так и потребляющих магнезиальные огнеупоры, обусловило необходимость проведения механических и тепловых процессов в условиях экстремальных параметров. Это в свою очередь потребовало резкого повышения качественных характеристик огнеупоров, стабилизации их свойств и разработки огнеупоров новых поколений, удовлетворяющих возросшим требованиям. Поддержание конкурентоспособности продукции на современном этапе есть в первую очередь задача ресурсосбережения, т.е. задача повышения технического уровня производства, улучшения использования материальных, топливно-энергетических и трудовых ресурсов, основных фондов. Это в полной мере относится к вопросам службы огнеупоров в различных сталеплавильных и других тепловых агрегатах.

Совершенствование технологий производства огнеупоров в 21 веке предопределяет необходимость использования высококачественных стабильных по свойствам сырьевых материалов, современного технологического оборудования и управляющих ЭВМ, соблюдения требований экологии как при производстве, так и при применении