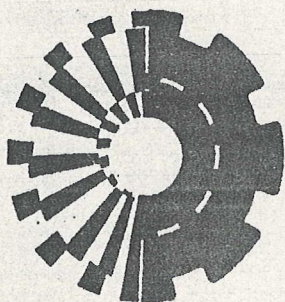


**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
УКРАИНЫ**

ISSN 0453-7998

ISSN 0234-5110

ВЕСТНИК



**Харьковского
Государственного
Политехнического
Университета**

Выпуск 47

ХГПУ 1999

Л.М. Ульева, канд. техн. наук

ЛАМИНАРНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ДЛЯ ЧЕТНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПЕРВОГО РОДА ПРИ ДИФFUЗОРНОМ ТЕЧЕНИИ В КОНИЧЕСКОМ ЗАЗОРЕ

Розглянута задача конвективного теплообміну при повільних дифузорних течіях у коаксіальних кільцевих конічних каналах. Рішення для теплових межових умовах першого роду одержано методом розділення перемінних. Температурна залежність від координат надана у вигляді нескінченного ряду за конфлюентними гіпергеометричними функціями від поперечної координати, які помножені на експоненціальну залежність від поздовжньої.

В последние годы значительно вырос интерес к исследованию конвективного теплообмена высоковязких жидкостей в каналах различной формы, что связано с увеличением производства синтетических полимеров и ассортимента изделий из них.

Для выбора оптимальных конструктивных и технологических параметров экструзионных головок необходимо знать особенности течения и теплообмена расплава в проточных элементах формующего оборудования. При экструзионном способе производства стренг, гранул, труб, пленок и т.д. расплав полимера на распределительном участке формующего оборудования течет в коаксиальном коническом канале, образованном конусом головки и дорном [1,2], где расплав может охлаждаться или нагреваться. Современные технологии позволяют поддерживать различные режимы теплообмена на границах каналов, но экспериментальный подбор оптимальных характеристик процесса требует значительных средств. Построение численных моделей процессов переработки также не всегда оправдано, т.к. во многих случаях можно получить адекватные соотношения между параметрами процессов, используя аналитические решения. Эти же решения можно использовать как тестовые задачи при отладке численных кодов.

Автором в работах [3,4] решена задача изотермического течения в коаксиальных конических каналах с различным расположением граничных поверхностей. В [5,6] построена модель течения и теплообмена в конических зазорах при граничных условиях третьего рода. В данной работе исследуется теплообмен в коаксиальных конических каналах с граничными условиями первого рода для расплавов полимеров,

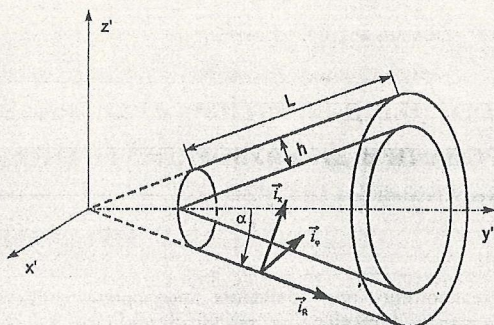


Рис. 1. Геометрия конического зазора постоянной ширины, L - длина конической части канала, m ; h - ширина зазора, m ; i_R, i_X, i_φ - орты в биконической системе координат

в уравнении теплопереноса не учитывать теплоту диссипации и пренебречь изменением кондуктивного теплового потока вдоль течения по сравнению с изменением конвективного теплового потока и, в итоге, записать систему уравнений аксиально-симметричного конвективного теплообмена в биконической системе координат (рис. 1), определяемых преобразованием [9]:

$$z' = R \cos \alpha + X \sin \alpha, \quad (1)$$

$$y' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \sin \varphi, \quad (2)$$

$$x' = (R \sin \alpha - X \cos \alpha) \cos \varphi, \quad (3)$$

в виде:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial v}{\partial \chi} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \chi} = \frac{\cos(\alpha) \sin(\alpha)}{\sigma^2} v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\sigma v) = 0, \quad (6)$$

$$Re \cdot v \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \right); \quad (7)$$

где $\xi = R/h$, $\chi = X/h$, $V_0 = Q/\pi h(2R_0 \sin \alpha - h \cos \alpha)$, $v = V_R/V_0$, $\Pi = (P - P_0)h/\mu V_0$, $\sigma = \xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha$, $Re_0 = V_0 h/a$, $\Theta = (T - T_0)/(T_c - T_0)$.

Граничные и краевые условия запишутся в виде:

$$v = 0, \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (8)$$

$$v = 0, \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (9)$$

$$\Pi = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_0, \quad (10)$$

которые в пределах изменения параметров переработки ведут себя как ньютоновские жидкости [7]. В [5] показано, что для практически интересных расходов жидкости и размеров канала [3,4], числа Рейнольдса $Re \ll 1$, Нема-Гриффита $Gn \ll 1$, Пекле $Pe \gg 100$. Данные оценки позволяют

рассматривать течение расплава как ползущее течение [8], а в

$$\Theta = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_0, \quad (11)$$

$$\Theta = 1, \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (12)$$

$$\Theta = 1, \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1. \quad (13)$$

Для практически важных случаев, когда $\xi \operatorname{tg} \alpha \gg 1$, решение системы уравнений (4)-(6), (8)-(11) имеет вид [3]:

$$v = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi), \quad (14)$$

$$\Pi = -\frac{6(\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)}{\sin \alpha} \ln \frac{1 - 2\xi \operatorname{tg} \alpha}{1 - 2\xi_0 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (15)$$

и тогда уравнение (7) примет вид:

$$\frac{6Pe(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi) \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \chi^2}. \quad (16)$$

Для решения задачи (16), (11)-(13) методом разделения переменных заменим зависимую переменную Θ на Φ , определяемую преобразованием:

$$\Theta(\xi, \chi) = \Phi(\xi, \chi) + 1. \quad (17)$$

Функция Φ удовлетворяет уравнению (16) и преобразует неоднородные граничные условия (12), (13) в однородные:

$$\Phi = 0, \quad \chi = 0, \quad (18)$$

$$\Phi = 0, \quad \chi = 1, \quad (19)$$

а условие на входе в канал преобразуется к виду:

$$\Phi(\xi_0, \chi) = -1, \quad 0 \leq \chi \leq 1. \quad (20)$$

Далее, представляя функцию Φ произведением $\Phi(\xi, \chi) = Y(\xi) \cdot \Psi(\chi)$, из (16) получим:

$$6Pe \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} \frac{dY}{Y} = \beta^2 d\xi, \quad (21)$$

$$\Psi'' - \beta^2 (\chi^2 - \chi) \Psi = 0, \quad (22)$$

и, следуя [5], получим решение (21) и (22):

$$Y = A \exp \left[-\frac{\beta^2 (\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha)^2}{24 Pe \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right], \quad (23)$$

$$\Psi(t) = C_1 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu^2}{2} t} {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu t^2 \right) + C_2 e^{-\frac{\mu^2}{2} t} {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu t^2 \right), \quad (24)$$

$$\Theta = 0, \quad 0 \leq \chi \leq 1, \quad \xi = \xi_0, \quad (11)$$

$$\Theta = 1, \quad \chi = 0, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1, \quad (12)$$

$$\Theta = 1, \quad \chi = 1, \quad \xi_0 < \xi \leq \xi_1. \quad (13)$$

Для практически важных случаев, когда $\xi \operatorname{tg} \alpha \gg 1$, решение системы уравнений (4)-(6), (8)-(11) имеет вид [3]:

$$v = \frac{6(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi), \quad (14)$$

$$\Pi = -\frac{6(\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)}{\sin \alpha} \ln \frac{1 - 2\xi \operatorname{tg} \alpha}{1 - 2\xi_0 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (15)$$

и тогда уравнение (7) примет вид:

$$\frac{6Pe(2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} (\chi^2 - \chi) \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \chi^2}. \quad (16)$$

Для решения задачи (16), (11)-(13) методом разделения переменных заменим зависимую переменную Θ на Φ , определяемую преобразованием:

$$\Theta(\xi, \chi) = \Phi(\xi, \chi) + 1. \quad (17)$$

Функция Φ удовлетворяет уравнению (16) и преобразует неоднородные граничные условия (12), (13) в однородные:

$$\Phi = 0, \quad \chi = 0, \quad (18)$$

$$\Phi = 0, \quad \chi = 1, \quad (19)$$

а условие на входе в канал преобразуется к виду:

$$\Phi(\xi_0, \chi) = -1, \quad 0 \leq \chi \leq 1. \quad (20)$$

Далее, представляя функцию Φ произведением $\Phi(\xi, \chi) = Y(\xi) \cdot \Psi(\chi)$, из (16) получим:

$$6Pe \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} \frac{dY}{Y} = \beta^2 d\xi, \quad (21)$$

$$\Psi'' - \beta^2 (\chi^2 - \chi) \Psi = 0, \quad (22)$$

и, следуя [5], получим решение (21) и (22):

$$Y = A \exp \left[-\frac{\beta^2 (\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha)^2}{24 Pe \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right], \quad (23)$$

$$\Psi(t) = C_1 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu t^2}{2}} {}_1F_1 \left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu t^2 \right) + C_2 e^{\frac{\mu t^2}{2}} {}_1F_1 \left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu t^2 \right), \quad (24)$$

где ${}_1F_1(\alpha, \gamma; x)$ - вырожденная гипергеометрическая функция; C_1, C_2 - произвольные постоянные $\mu = \beta/4$, $t = 2\chi - 1$.

Подставляя (24) в (18) и (19), получим:

$$-C_1 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) + C_2 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0, \quad (25)$$

$$C_1 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) + C_2 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0. \quad (26)$$

Очевидно, что уравнения (25) и (26) совместны только, когда $C_1 = 0$ или $C_2 = 0$. В первом случае уравнение для определения собственных значений имеет вид:

$${}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0, \quad (27)$$

и собственными функциями задачи являются функции:

$$\psi_n = C e^{-\frac{\mu_n t^2}{2}} {}_1F_1\left(\frac{1-\mu_n}{4}, \frac{1}{2}; \mu_n t^2\right). \quad (28)$$

При $C_2 = 0$ собственные значения определяются из уравнения:

$${}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) = 0, \quad (29)$$

и тогда собственными функциями будут функции:

$$\psi'_n = C \sqrt{\mu'_n} e^{-\frac{\mu'^2_n}{2} t} {}_1F_1\left(\frac{3-\mu'_n}{4}, \frac{3}{2}; \mu'_n t^2\right). \quad (30)$$

Используя (18), (19) и (22), легко показать, что системы функций, определяемые равенствами (28) и (30), являются ортогональными с весом $(1-t^2)$ на отрезке $[-1, 1]$.

Решение задачи (16), (18), (19) будет являться суммой всех частных решений и, учитывая, что $t = 2\chi - 1$, запишем его в виде:

$$\Phi(\xi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp\left[-\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha)^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}\right] \psi_n. \quad (31)$$

Полагая $\xi = \xi_0$, получим:

$$\Phi_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp\left[-\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}\right] \psi_n. \quad (32)$$

Значения коэффициентов A_n определим, используя свойство ортогональности собственных функций и условие (20):

где ${}_1F_1(\alpha, \gamma; x)$ - вырожденная гипергеометрическая функция; C_1, C_2 - произвольные постоянные $\mu = \beta/4$, $t = 2\chi - 1$.

Подставляя (24) в (18) и (19), получим:

$$-C_1 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) + C_2 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0, \quad (25)$$

$$C_1 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) + C_2 \sqrt{\mu} e^{-\frac{\mu}{2}} {}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0. \quad (26)$$

Очевидно, что уравнения (25) и (26) совместны только, когда $C_1 = 0$ или $C_2 = 0$. В первом случае уравнение для определения собственных значений имеет вид:

$${}_1F_1\left(\frac{1-\mu}{4}, \frac{1}{2}; \mu\right) = 0, \quad (27)$$

и собственными функциями задачи являются функции:

$$\psi_n = C e^{-\frac{\mu_n t^2}{2}} {}_1F_1\left(\frac{1-\mu_n}{4}, \frac{1}{2}; \mu_n t^2\right). \quad (28)$$

При $C_2 = 0$ собственные значения определяются из уравнения:

$${}_1F_1\left(\frac{3-\mu}{4}, \frac{3}{2}; \mu\right) = 0, \quad (29)$$

и тогда собственными функциями будут функции:

$$\psi'_n = C \sqrt{\mu'_n} e^{-\frac{\mu'_n t^2}{2}} {}_1F_1\left(\frac{3-\mu'_n}{4}, \frac{3}{2}; \mu'_n t^2\right). \quad (30)$$

Используя (18), (19) и (22), легко показать, что системы функций, определяемые равенствами (28) и (30), являются ортогональными с весом $(1-t^2)$ на отрезке $[-1, 1]$.

Решение задачи (16), (18), (19) будет являться суммой всех частных решений и, учитывая, что $t = 2\chi - 1$, запишем его в виде:

$$\Phi(\xi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp\left[-\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha)^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}\right] \psi_n. \quad (31)$$

Полагая $\xi = \xi_0$, получим:

$$\Phi_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp\left[-\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)}\right] \psi_n. \quad (32)$$

Значения коэффициентов A_n определим, используя свойство ортогональности собственных функций и условие (20):

$$A_n = \exp \left[\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] \frac{\int_{-1}^1 \Phi_0(t) \cdot (1-t^2) \cdot \Psi_n(t) \cdot dt}{\|\Psi_n\|} = \exp \left[\frac{2\mu_n^2 (\cos \alpha - 2\xi_0 \sin \alpha)^2}{3Pe_0 \sin \alpha (2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha)} \right] A'_n, \quad (33)$$

где $\|\Psi_n\| = \int_{-1}^1 (1-t^2) \Psi_n^2 dt$ - норма собственных функций.

Функция $1-t^2$ является четной на отрезке $[-1,1]$, в то же время собственные функции, определяемые соотношениями (29), (30) - нечетные на этом отрезке, т.е., если выбрать эти функции в качестве базиса, то все значения $A_n = 0$, и мы приходим к тривиальному решению уравнения (16).

Поэтому в качестве ортогонального базиса выберем систему функций, определяемых соотношениями (27) и (28).

Переходя к переменным (ξ, χ) , запишем решение задачи (16), (11)-(13):

$$\Theta(\xi, \chi) = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} A'_n \exp \left\{ \frac{8\mu_n^2 (\xi - \xi_0) [\cos \alpha - (\xi + \xi_0) \sin \alpha]}{3Pe} - \frac{\mu_n (2\chi - 1)^2}{2} \right\} F_1 \left(\frac{1 - \mu_n}{4}, \frac{1}{2}; \mu_n (2\chi - 1)^2 \right), \quad (34)$$

где введено обозначение $Pe = \frac{Q}{\pi a h}$, и тогда $Pe_0 = \frac{Pe}{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}$. Заметим, что (34)

описывает как охлаждение, так и нагрев потока:

Среднемассовая температура потока определится выражением

$$\bar{\Theta} = \frac{2\pi \int_0^1 v \Theta(\xi, \chi) (\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) d\chi}{\bar{v} \pi (2\xi \sin \alpha - \cos \alpha)} = \frac{12}{\cos \alpha - 2\xi \sin \alpha} \int_0^1 (\chi^2 - \chi) \Theta(\xi \sin \alpha - \chi \cos \alpha) d\chi, \quad (35)$$

$$\text{где } \bar{v} = \frac{2\xi_0 \sin \alpha - \cos \alpha}{2\xi \sin \alpha - \cos \alpha}. \quad (36)$$

Определим местные безразмерные коэффициенты теплоотдачи Nu , относя коэффициенты теплоотдачи к разности между средней массовой температурой жидкости и температурой стенки:

$$Nu_1 = \frac{\alpha_1 h}{\lambda} = \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0}, \quad Nu_2 = \frac{\alpha_2 h}{\lambda} = - \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}, \quad (37)$$

но $\Theta_1 = \Theta_2 = 1$, и тогда имеем:

$$Nu_1 = \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=0}, \quad Nu_2 = - \frac{\partial \Theta}{\partial \chi} \Big|_{\chi=1}. \quad (38)$$

Выполняя дифференцирование в (38), получим:

$$Nu = Nu_1 = -\frac{2}{\Theta - 1} \sum_{n=0}^{\infty} A'_n \mu_n \exp \left\{ \frac{8\mu_n^2 (\xi - \xi_0) [\cos \alpha - (\xi + \xi_0) \sin \alpha]}{3Pe} - \frac{\mu_n}{2} \right\} \times$$

$$\left[{}_1F_1 \left(\frac{1 - \mu_n}{4}, \frac{1}{2}; \mu_n \right) - (1 - \mu_n) {}_1F_1 \left(\frac{5 - \mu_n}{4}, \frac{3}{2}; \mu_n \right) \right], \quad (39)$$

$$Nu_2 = Nu_1 = Nu. \quad (40)$$

Зная распределения чисел Nu вдоль канала, можно вычислить средние по поверхности числа Nu:

$$\overline{Nu}_1 = \frac{2\pi \sin \alpha \int_{\xi_0}^{\xi_1} Nu \xi d\xi}{\pi \sin \alpha (\xi_1^2 - \xi_0^2)} = \frac{2}{\xi_1^2 - \xi_0^2} \int_{\xi_0}^{\xi_1} Nu \xi d\xi, \quad (41)$$

$$\overline{Nu}_2 = \frac{2}{(\xi_1^2 - \xi_0^2) \sin \alpha - 2(\xi_1 - \xi_0) \cos \alpha} \int_{\xi_0}^{\xi_1} (\xi \sin \alpha - \cos \alpha) Nu d\xi. \quad (42)$$

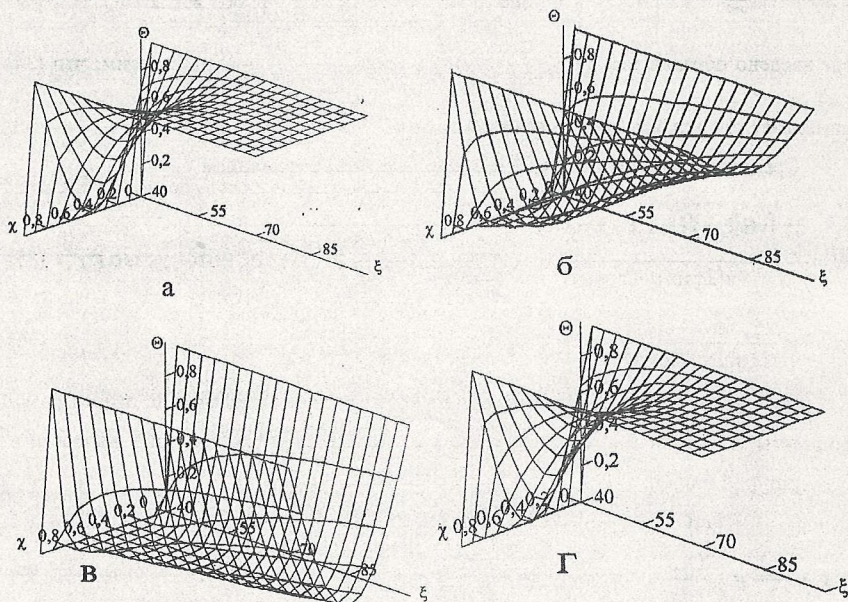


Рис. 2. Распределение безразмерной температуры в канале с размерами: $\xi_0 = 40$, $\xi_1 = 100$, а — для $\alpha = 15^\circ$, $Pe = 10^3$; б — $\alpha = 15^\circ$, $Pe = 10^4$; в — $\alpha = 15^\circ$, $Pe = 7 \cdot 10^4$; г — $\alpha = 90^\circ$, $Pe = 10^4$

Полученные результаты позволяют исследовать теплообмен при медленных течениях в коаксиальных каналах постоянной ширины в зависимости от определяющих параметров задачи.

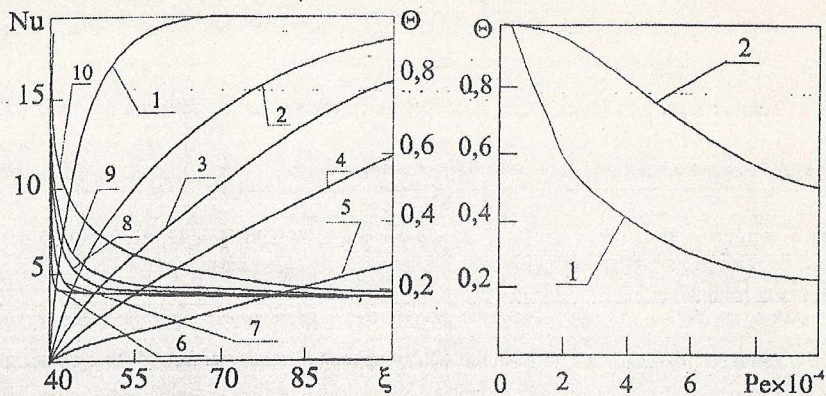


Рис. 3. а – распределение среднemasсовой температуры (1,2,3,4,5) и чисел Нуссельта (6,7,8,9,10) вдоль канала с углом раскрытия $2\alpha = 30^\circ$. (1,6) – для $Re = 10^2$; (2,7) – для $Re = 2 \cdot 10^3$; (3,8) – для $Re = 10^4$; (4,9) – для $Re = 2 \cdot 10^4$; (5,10) – для $Re = 7 \cdot 10^4$. б) – зависимость среднemasсовой температуры жидкости выходящей из канала от числа Re . 1 – для $\alpha = 15^\circ$, 2 – для $\alpha = 90^\circ$

Рассмотрим сначала особенности распределения температуры в канале в зависимости от числа Re для значений $\xi_0 = 40$, половины угла раствора канала $\alpha = 15^\circ$ и безразмерной длины образующей канала $\Delta\xi = \xi_1 - \xi_0 = 60$.

При значениях $Re \leq 10^3$ жидкость при течении в канале успевает практически равномерно нагреться до температуры стенок канала (рис. 2). Вблизи входа, где средняя скорость максимальная (36), наблюдается наиболее интенсивный теплообмен, и значения Nu здесь наибольшие. Затем, по мере увеличения среднemasсовой температуры, Nu быстро уменьшается, достигая своего предельного значения $Nu_\infty = 3,77035$, что полностью совпадает со значением Nu_∞ для плоского канала [10].

Увеличение числа Re характеризует увеличение скорости жидкости и увеличение влияния конвективного теплопереноса. Увеличение числа Re на порядок приводит к значительному увеличению длины начального теплового участка и в пределах канала поток не успевает достаточно прогреться (рис. 2). Средняя температура жидкости на протяжении всего канала меньше, чем раньше (рис. 3), а локальное значение Nu выше (рис. 3), что приводит к более интенсивной теплоотдаче.

Увеличение угла раскрытия канала α ведет к возрастанию площади поперечного сечения канала и, следовательно, к уменьшению средней скорости жидкости и к увеличению времени пребывания жидкости в канале. Среднemasсовая температура жидкости возрастает по сравнению с течением при меньших углах α (рис. 2(в,г), 36) как вследствие уменьшения скорости, так и вследствие увеличения поверхности теплообмена. И,

как следствие, местный коэффициент теплоотдачи достигает значения Nu_∞ при меньших значениях ξ для равных чисел Re .

Точность расчета может быть проверена с помощью закона сохранения энергии:

$$c\rho Q(\Delta\bar{T} - T_0) = 2\pi \int_{R_0}^{R_1} [(q_1 - q_2)R \sin \alpha + hq_2 \cos \alpha] dR, \quad (43)$$

где q_1 и q_2 тепловые потоки на границах канала. В безразмерном виде (43) запишется

$$Re\bar{\Theta} = 2 \int_{\xi_0}^{\xi_1} Nu(\bar{\Theta} - \Theta_1) d\xi. \quad (44)$$

Расчеты показывают, что разница между правой и левой частью (44) не превышает 0.01%.

Проанализируем зависимость средней температуры жидкости, выходящей из распределительного устройства экструзионной головки от угла раскрытия коаксиаль-

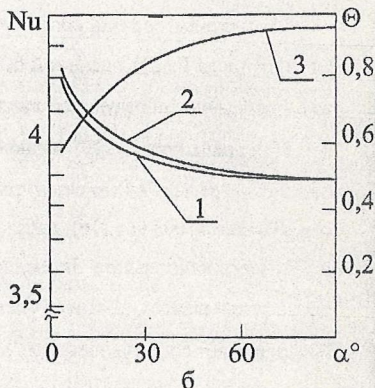
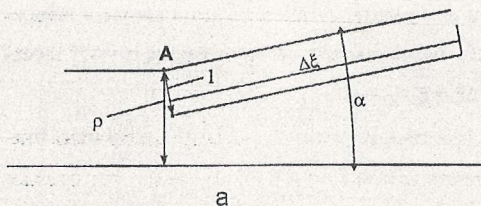


Рис. 4. а) — разрез канала; б) — чисел Nu_2 - 1 и Nu_1 - 2 и зависимость безразмерной среднemasсовой температуры от угла раскрытия α - 3

ного конического канала, в случае, когда диаметр шнекового канала не изменяется, т.е. изменение α происходит при вращении образующих канала вокруг точки А (рис. 4а) для параметров $Re \approx 1326$, $\rho = 3,33(3)$, $\Delta\xi = \xi_1 - \xi_0 = 20$. В данном случае координата входа определяется выражением $\xi_0 = \rho/\sin\alpha$. Увеличение α приводит к увеличению средней температуры жидкости (рис. 4б) вследствие увеличения времени пребывания жидкости в канале и увеличения поверхности теплообмена.

Интересно отметить, что средние по поверхности теплообмена значения чисел Nu_1 (41) и Nu_2 (42) различны при $\alpha < 90^\circ$ вследствие различия площадей внутренней и внешней поверхности стенок канала. В соответствии с ранее сказанным, при увеличении α , различие в значениях \bar{Nu}_1 и \bar{Nu}_2 уменьшаются. А при $\alpha = 90^\circ$ (радиальное течение между параллельными пластинами) они становятся равными.

Полученные результаты позволяют выбрать оптимальные характеристики оборудования и параметры теплообмена при расчете и проектировании экструзионных головок.

Обозначения

a - коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$; c - удельная теплоёмкость, $\text{Дж}/\text{кг К}$; h - ширина канала, м ; P, P_0 - давление текущее и на входе, Па ; Q - объёмный расход, $\text{м}^3/\text{с}$; R - координата радиальная, м ; T - температура, К ; x, y, z - декартовы координаты, м ; α - половина угла раскрытия конуса, рад ; β - постоянная разделения; λ - теплопроводность жидкости, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; μ - динамический коэффициент вязкости, $\text{Па}\cdot\text{с}$; ρ - плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$; X - поперечная биконическая координата, м ; $\text{Gr} = \frac{\mu V_0^2}{\lambda \Delta T_{\text{reol}}}$ - число Нема-Гриффита,

$\text{Re}_0 = \frac{V_0 h \rho c}{\lambda}$ - число Пекле $\text{Re} = \frac{h V_0 \rho}{\mu}$ - число Рейнольдса.

Список литературы: 1. *Joshi M. V.* Dies for plastics extrusion. - Delhi.: Macmillan. India Limited, 1984. - P. 176. 2. *Sors L., Bardocz L., Radnoti I.* Plastic molds and dies. - Budapest.: Akademiai Kiado, 1980. - P. 495. 3. *Ульев Л.М.* Медленные течения между соосными коническими поверхностями // Инж.-физ. журн. -1998. -Т. 71, №. 6. -С. 1092-1098. 4. *Ульев Л.М.* Медленные течения в коаксиальных конических каналах // Вестник ХГПУ. - 1997. - Вып. 7. Ч. 2. Механика. Машиностроение. - С. 22-31. 5. *Ульев Л.М., Товажнянский Л.Л.* Теплообмен при ламинарном течении между коаксиальными эквидистантными коническими поверхностями. Диффузорное течение // Вестник ХГПУ. - 1998. - Вып. 10. - С. 3-12. 6. *Ульев Л.М.* Теплообмен при медленном диффузорном течении в кольцевых конических каналах переменной ширины // Информационные технологии: Наука, техника, технология, образование, здоровье. Сборник научных трудов ХГПУ. Выпуск 6. Ч. 3. Харьков. 1998. - С. 509-513. 7. *Пономаренко В.Г., Поттебня Г.Ф., Ульев Л.М.* и др. Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра // Инж.- физ. журн. - 1990. - Т. 59, № 1. - С. 158-159. 8. *Тадмор З., Гогос К.* Теоретические основы переработки полимеров. - М.: Химия - 1984. - С. 632. 9. *Гольдин А.М., Карамзин В.А.* Гидродинамические основы процессов тонкослойного сепарирования. - М.: Агропромиздат, 1985. - С. 264. 10. *Петухов Б.С.* Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. - М.: Энергия, 1967. - С. 412.

Поступила в редколлегию 15.04.99