microCAD '97

International Meeting on Information Technology

KHARKOV 12-14 May 1997

PRINTED MATTERS
OF CONFERENCE

Министерство образования Украины
Харьковский государственный политехнический университет

Мишкольцкий университет (Венгрия)

Магдебургский университет (Германия)

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ: НАУКА, ТЕХНИКА, ТЕХНОЛОГИЯ, ОБРАЗОВАНИЕ, ЗДОРОВЬЕ

Труды
международной научно-технической конференции
12-14 мая 1997 г.

В пяти частях

Часть
четвертая

Харьков 1997

УДК 54+66

Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье: Тр. междунар. науч.-техн. конф., Харьков, 12-14 мая 1997г. В пяти частях. Ч.4. - Харьков, Мишкольц, Магдебург: Харьк. гос. политехн. ун-т, Мишкольц. ун-т, Магдебург. ун-т, 1997. - 448 с.

В четвертой части представлены работы, отражающие актуальные вопросы использования ЭВМ для решения задач разработки и совершенствования химических технологий.

Для научных работников, специалистов, преподавателей, аспирантов, студентов высших учебных заведений соответствующих специальностей.

Организаторы: Харьковский государственный политехнический университет, Мишкольцкий университет (Венгрия), Магдебургский университет (Германия), Академия наук высшей школы Украины

Харьковский государственный политехнический университет,
310002, Харьков-2, Фрунзе, 21

Труды воспроизведены непосредственно с авторских оригиналов

ISBN 966-593-000-1

МЕДЛЕННЫЕ ТЕЧЕНИЯ МЕЖДУ СООСНЫМИ КОНИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ. I. КОНУСЫ С ОБЩЕЙ ВЕРШИНОЙ

Л.М. Ульев, Харьков, Украина

Problem of high-viscosity polymer melt flow is investigated for the channels formed with conical surfaces with common vertex. The performed estimates have shown that we can consider the flow as laminar. The problem is studied in spherical coordinates. The distributions of velocity and pressure were obtained and they were used for definition optimal constructive and technological parameters of forming process.

В последние годы значительно увеличилось техническое значение течений высоковязких жидкостей, в частности при переработке и производстве пластмасс и изделий из них. В большинстве конструкций экструзионных прессформ, фильерных, кабельных и трубных головок [1,2] существует участок, где течение происходит между коническими поверхностями (Рис. 1).

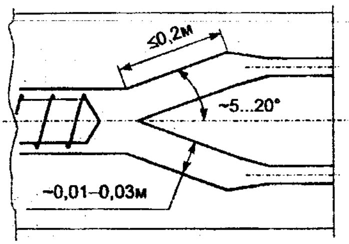

Рис. 1. Поперечный разрез типичной фильерной головки.

Для проектирования аппаратов переработки полимеров и выбора оптимальных параметров процесса переработки необходимо создать надёжные, научно обоснованные методы расчёта таких устройств.

В пределах изменения параметров переработки расплавы некоторых полимеров ведут себя как ньютоновские жидкости [3]. Для практически интересных расходов таких жидкостей $Q \approx 0.5 \cdot 10^{-4}$ м^3/ч, что соответствует производству 200 кг/ч полимера в двушнековом экструдере и реофизических свойствах $\mu \sim 10^3$ Па·с, $\rho \sim 1250$ кг/м^3, $\lambda \sim 0.2$ Вт/м·К, $\Delta T_{rheol} \sim 6°$ К [4] и геометрических размеров (Рис. 1), число Нема- Гриффита [4,5] Gn<<1, число Рейнольдса Re<<1.

Величина числа Gn говорит о том, что диссипативные эффекты не влияют на динамику течения и ими можно пренебречь, что вместе с хорошим термостатированием экструдеров [2] позволяет течение рассматривать как изотермическое.

Ламинарное течение между соосными конусами с общей вершиной рассматривалось в [6]. Решение здесь получено для общего случая с учётом инерционных членов в уравнениях движения, но в виде затрудняющим его использование для практических расчётов. В [7] получено общее решение для сферических течений без относительно к граничным условиям, а в [2] предложено для расчёта конических течений использовать ступенчатую аппроксимацию цилиндрическими каналами, что может привести к значительным ошибкам.

Малое число Рейнольдса позволяет упростить уравнения движения и, следуя [9], записать их, учитывая аксиальную симметричность течения, в виде:

$$\frac{1}{\mu}\frac{\partial P}{\partial R}=\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial V_R}{\partial R}\right)+\frac{1}{R^2\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin(\theta)\frac{\partial V_R}{\partial\theta}\right)-\frac{2V_R}{R^2}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{\mu}\frac{\partial P}{\partial\theta}=\frac{2}{R}\frac{\partial V_R}{\partial\theta}, \tag{2}$$

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2V_R\right)+\frac{1}{R\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta V_\theta\right)=0, \tag{3}$$

с граничными условиями для соосных конусов с общей вершиной (Рис. 2)

$V_R = 0,\ V_\theta = 0,$ $\qquad\qquad \theta = \theta_1,$ (4)

$V_R = 0,$ $\qquad\qquad \theta = \theta_2.$ (5)

$P = 0,$ $\qquad\qquad \theta = \theta_1,\ R=R_1,$ (6)

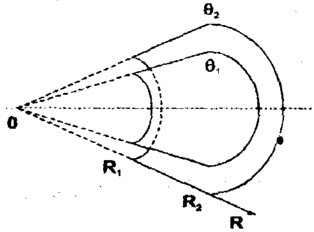

Рис. 2.

Для углов раскрытия конусов $2\theta_2<16°$ уравнение неразрывности (3) позволяет сделать оценку угловой составляющей скорости $V_\theta \sim \theta V_R$, т.е. $V_\theta = o(V_R)$, и пренебречь ею в уравнениях движения и неразрывности, которые в безразмерных переменных

$$\xi=\frac{R}{r_0},\qquad v=\frac{V_R}{V_0},\qquad \Pi=\frac{(P-P_0)r_0}{\mu V_0},\qquad \tau=\cos\theta,$$

$$V_0=\frac{Q}{2\pi r_0^2\xi_1^2(\tau_1-\tau_2)},$$

запишутся:

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\xi}=\frac{1}{\xi^2}\frac{1}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial v}{\partial\xi}\right)+\frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\left(1-\tau^2\right)\frac{\partial v}{\partial\tau}\right]-\frac{2v}{\xi^2}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\tau}=\frac{2}{\xi}\frac{\partial v}{\partial\tau}, \tag{8}$$

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2 v\right)=0 \tag{9}$$

Граничные условия примут вид:

$v = 0,\ \ \Pi = 0,$ $\qquad\qquad \tau = \tau_1,$ (10)

$v = 0,$ $\qquad\qquad \tau = \tau_2,$ (11)

$\Pi = 0,$ $\qquad\qquad \xi=0,\ \tau = \tau_1,$ (12)

А условие постоянства расхода запишется

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} v\,d\tau=-\xi_1^2\left(\tau_1-\tau_2\right)/\xi \tag{13}$$

Из (9) следует зависимость $v = u(\tau)/\xi^2$, подставляя которую в (8) получим выражение

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\xi}=-\frac{6}{\xi^4}u+f'(\xi), \tag{14}$$

подставляя его в (7) и разделяя переменные, получим уравнения для определения $u(\tau)$ и $f(\xi)$:

$$\left(1-\tau^2\right)\frac{\partial^2 u}{\partial\tau^2}-2\tau\frac{\partial u}{\partial\tau}+6u=-\lambda, \qquad (15)$$

$$\xi^4 f'(\xi)=-\lambda. \qquad (16)$$

Решение (15) с учётом условий (10)-(13) имеет вид:

$$u=\frac{\lambda}{6}\left(A\cdot P_2(\tau)+B\cdot Q_2(\tau)-1\right), \qquad (17)$$

где $A=\dfrac{Q_2(\tau_2)-Q_2(\tau_1)}{P_2(\tau_1)Q_2(\tau_2)-P_2(\tau_2)Q_2(\tau_1)}$, $B=\dfrac{P_2(\tau_2)-P_2(\tau_1)}{P_2(\tau_1)Q_2(\tau_2)-P_2(\tau_2)Q_2(\tau_1)}$,

$$\lambda=\frac{6\xi_1^2}{C+\frac{B}{4}\left[\frac{\tau_2(\tau_2^2-1)}{\tau_1-\tau_2}\ln\frac{1+\tau_2}{1-\tau_2}-\frac{\tau_1(\tau_1^2-1)}{\tau_2-\tau_1}\ln\frac{1+\tau_1}{1-\tau_1}-2(\tau_2+\tau_1)\right]-1}, C=\frac{A}{2}\left(\tau_2^2+\tau_2\tau_1+\tau_1^2-1\right),$$

а $P_2(\tau)=0.5(3\tau^2-1)$, $Q_2(\tau)=\frac{1}{2}P_2(\tau)\ln\frac{1+\tau}{1-\tau}-\frac{3}{2}\tau$ - многочлены Лежандра первого и второго рода и второго порядка.

Далее используя (10), (14), (16) и (17), получим выражение для распределения давления

$$\Pi(\xi,\tau)=\frac{2u(\tau)}{\xi^3}+\frac{\lambda}{3}\left(\frac{1}{\xi^3}-\frac{1}{\xi_1^3}\right), \qquad (18)$$

или усредняя по поперечному сечению канала:

$$\overline{\Pi}(\xi)=\frac{1}{3}\left[\left(\lambda+6\xi_1^2\right)\frac{1}{\xi^3}-\frac{\lambda}{\xi_1^3}\right]. \qquad (19)$$

Решение, представленное в данной работе совместно с результатами, полученными автором в [4,5,9], позволяет рассчитывать и выбирать оптимальный режим работы соответствующих экструзионных головок.

Обозначения: d- эквивалентный диаметр, м; P, P_0- давление текущее и на входе, Па; Q- объёмный расход, $м^3/с$; R- радиальная координата, м; r_0- параметр обезразмеривания, как правило, радиус фильерного канала, м; λ- постоянная разделения; μ- вязкость, Па·с; θ-угловая координата, рад; $Gn=\dfrac{\mu V^2}{\lambda\Delta T_{rheol}}$ - число Нема-Гриффита, $Re=\dfrac{dV\rho}{\mu}$ - число Рейнольдса.

Список литературы: **1.** Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия. 1984. С. 632. **2.** Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. М.: Химия. 1977. С. 464. **3.** Пономаренко В.Г., Потебня Г.Ф., Ульев Л.М. и др. Определение реологических свойств высоковязких жидкостей с помощью автоматического капиллярного вискозиметра // Инж.- физ. журн. 1990. Т. 59. № 1. С. 158-159. **4.** Ульев Л.М. Неизотермическое течение расплавов термопластичных полимеров в коническо-цилиндрических фильерах //ТОХТ. 1996. Т. 30. № 6. С. 583-590. **5.** Ульев Л.М. Течение и теплообмен высоковязкой жидкости в круглом конфузоре // ТОХТ. 1992. Т. 26. № 2. С. 243-253. **6.** Слёзкин Н.А. Движение вязкой жидкости в конусе и между двумя конусами // Матем. сборник. 1935. Т. 42. № 1. С. 43-64. **7.** Хаппель Дж. Бренер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир. 1976. С. 632. **8.** Ульев Л.М. Неизотермическое течение расплавов термопластичных полимеров в круглых формующих каналах // ТОХТ. 1995. Т. 29. № 3. С. 233-241. **9.** Uliev L.M. Features of confuser non-isothermal pressure drop-flowrate characteristic // Look present proceedings.